
Verkefnahefti með tölvuforritinu

Flott föll

Nafn nemanda: _____

Efnisyfirlit

| | |
|---|----|
| Inngangur..... | 3 |
| Kynning á forritinu <i>Flott föll</i> | 4 |
| Fallaglugginn | 5 |
| Grafglugginn | 6 |
| Töfluglugginn | 7 |
| Glugginn Spurningar og svör | 8 |
| Núllstöð | 9 |
| Beinar línur | 10 |
| Hallatala | 10 |
| Skurður við y-ás | 14 |
| Láréttar línur | 16 |
| Niðurstaða | 18 |
| Að leysa saman tvær jöfnur | 19 |
| Annað dæmi | 21 |
| Fleiri dæmi | 23 |

Verkefnahefti með tölvuforritinu **Flott föll**

Hefti þetta er byggt á verkefnaheftinu *Gröf* eftir Hildigunni Halldórsdóttur
© 2002 Agnethe Kristjánsson

Öll réttindi áskilin
Verkefnin má fjölfalda til notkunar í skólum
1. útgáfa 2002
Námshögskólan

Umbrot og útlit: Námshögskólan

Inngangur

Í *Aðalnámskrá grunnskóla* í stærðfræði fyrir 8. – 10. bekk er gert ráð fyrir að nemendur geti nýtt sér tæknina til þess að gera námið bæði skiljanlegra og skemmtilegra (bls. 92). Tölvuforritið *Flott föll* gerir nemendum kleift að kynnst hugtakinu fall á myndrænan hátt. Hægt er að nota forritið við að teikna gröf fyrir beinar línur, fleygboga og breiðboga, (sjá námskrá bls. 110 og 111) skoða gildistöflur, grafteikningar og fá svar við ýmsum spurningum. Spurningaglugginn virkar eins og lítið ritvinnslukerfi þar sem nemendur geta skrifað inn upplýsingar svo sem nafn sitt og dagsetningu og einnig fengið svör frá forritinu við stöðluðum spurningum. Þetta er hægt að prenta út og skila til kennarans í lok kennslustundar.

Í þessu hefti eru einungis skoðaðar jöfnur fyrir beina línu. Þær eru bæði á forminu

$$y = ax + b \quad \text{og} \quad ax + by = c$$

Seinna formið er síðan notað þegar leysa þarf saman tvær fyrsta stigs jöfnur með tveimur óþekktum stærðum (námskrá bls. 107, 134).

Uppbygging verkefnaheftisins er sem hér segir:

1. Nemendur kynnst forritinu með einföldu dæmi

2. Bein lína

Skoðað er hvernig hallatala og skurðpunktur við y -ás birtast í jöfnu ferilsins. Hallatalan er könnuð með því að halda óbreyttum skurðpunkti við y -ás. Breytingar á x og y í töfluhluta forritsins eru skoðaðar og hvernig þær tengjast breytingum á x -gildi og y -gildi gildi í grafglugganum. Með þessu er leitað eftir skilningi á hugtakinu *hallatala*. Skurðpunktur við y -ás er kannaður með því að teikna línur með sömu hallatölu en mismunandi skurðpunkt við y -ás. Líurnar eru teiknaðar í sama hnitakerfi og þannig skoðað hvernig skurðpunktur við y -ás birtist í jöfnu fallsins.

3. Að leysa saman tvær línulegar jöfnur með teikningu

Teikna gröf, skoða skurðpunkta og fá svar frá spurningahluta forritsins. Samlagningaráðferðinni er svo beitt á sömu dæmi og borin saman við útkomurnar.

Í lok heftisins er bent á fleiri dæmi sem nemendur gætu leyst með því að nota forritið.

Kynning á forritinu Flott föll

Opnaðu forritið *Flott föll*.

Smelltu með músinni á mynd af fjórum gluggum (þetta kallast tigl).

Nú sjást 4 gluggar.

The screenshot shows the 'Flott föll' software interface with four windows: 'Föll', 'Tölur', 'Gröf', and 'Spurningar og svör'. Callout boxes point to specific features:

- Nýtt fall sett inn.** Points to the 'Föll' window toolbar.
- Fallinu breytt.** Points to the main area of the 'Föll' window.
- Breyta grafi...** Points to the 'Gröf' window toolbar.
- X-gildi og aukastafir breytt.** Points to the 'Tölur' window, which contains a table of x-values.

| x |
|--------|
| -10,00 |
| -9,00 |
| -8,00 |
| -7,00 |
| -6,00 |
| 5,00 |


Fallglugginn

Veldu gluggann *Föll*.

Ef þú lætur músina benda á  sérðu að þarna birtist orðið


Nýtt.

Þannig er ný stæða skráð.

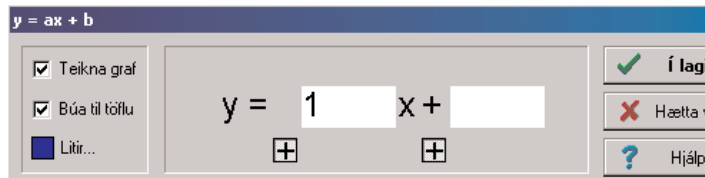
Smelltu á  þá opnast gluggi sem heitir *Nýtt*.

Veldu $y = ax + b$.

Nú verður reiturinn sem valinn var með ljósari grunni en hinir.

Þá er smelt á 

Í nýja gluggann er hægt að slá inn stæðuna sem þú ætlar að teikna graf fyrir.



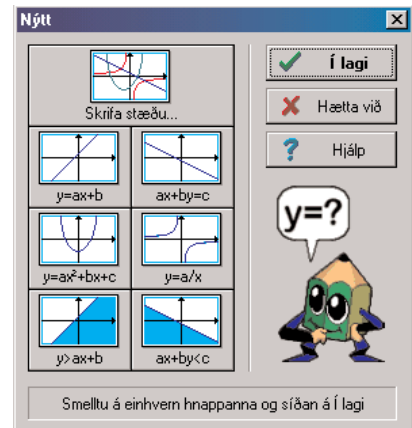
Í fyrri hvíta reitinn skaltu slá inn töluna 1 og í hin töluna 2. Ef þú vilt hafa tölurnar neikvæðar er smelt á + merkið.

Þannig er hægt að breyta á milli + og –.


Ef hakað er við *Teikna graf* birtist grafið í „grafglugganum“.

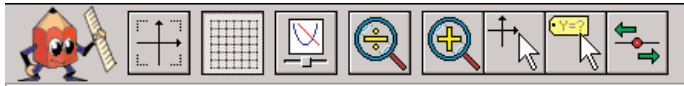
Ef hakað er við *Búa til töflu* sést gildistafla í „töfluglugganum“.

Einnig er hægt að breyta litunum á ferlinum.



Grafplugginn

Smelltu á stækkunarhnapp grafpluggans  þannig að plugginn fylli skjáinn. Athugaðu hvað gerist þegar þú velur einn af þessum átta hnöppum.



Prófaðu fleiri hnappa, það er allaf hægt að velja *Hætta við* til að fara til baka. Hvað gera eftirfarandi hnappar? Skrifaðu stutta lýsingu.




Svar: _____





Svar: _____



Svar: _____

Notaðu  til að skrá jöfnuna $y = 4x + 2$.

Notaðu  til að merkja grafið.

Veldu hnappinn  og jöfnuna $y = 4x + 2$. Nú er spurt um x-gildi.

Skrifaðu inn -3 og hakaðu við merkið *í lagi* ✓.



Hvað gerist? Hvaða y-gildi er merkt?

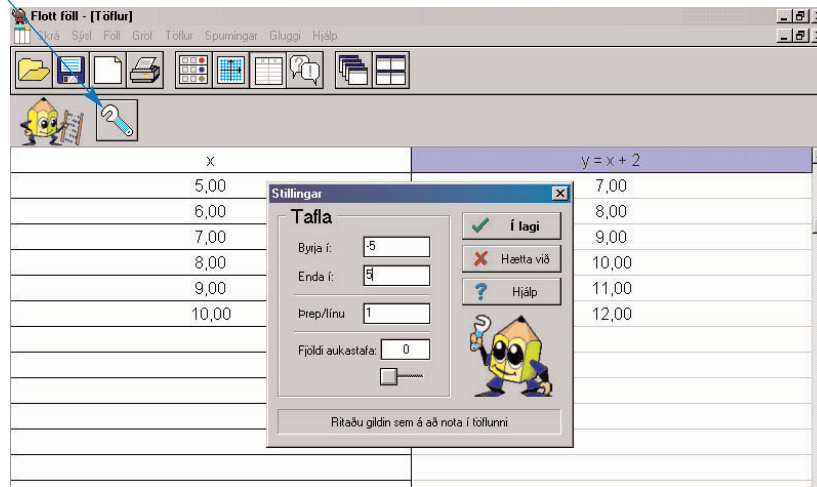
Svar: _____

Nú skaltu breyta jöfnu fallsins úr $y = 4x + 2$ aftur í $y = x + 2$.

Minnkaðu svo grafpluggann með  þannig að fjórir pluggar sjást aftur.

Töfluglugginn

Smelltu á stækkunarhnapp töflugluggans þannig að sá gluggi fylli skjáinn. Veldu verkfærið sem örin bendir á. Þá opnast glugginn hér fyrir neðan.



Hægt er að breyta minnsta og stærsta x-gildi sem birtist í töflunni með því að slá tölurnar, sem þú vilt nota, inn í reitina. Einnig er hægt að stjórna fjölda aukastafa sem sýndir eru. Framkvæmdu þær breytingar sem sjást hér í myndinni og skoðu svo árangurinn þegar

smellt er á .

Minnkaðu nú töflugluggann þannig að aftur sjást fjórir gluggar.

Breytist útlit grafsins við þetta?

Svar: _____

Línu bætt við

Smelltu á fallgluggann og bættu við nýju falli með því

að velja .

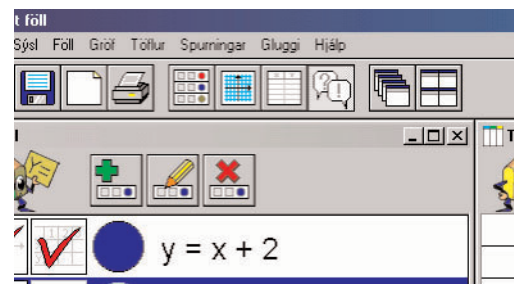
Bættu við jöfnunni $y = ax + b$.

(Ef þú manst ekki hvernig á að fara að því, líttu þá aftur á bls. 6.)

Smelltu á töflureitinn þannig að hakið fari af.

Glugginn á að líta út eins og hér til hliðar.

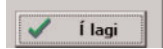
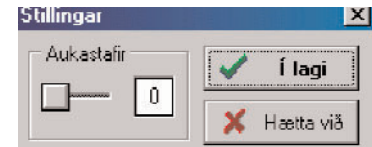
Taktu eftir hvernig bæði gröfin birtast í grafglugganum.



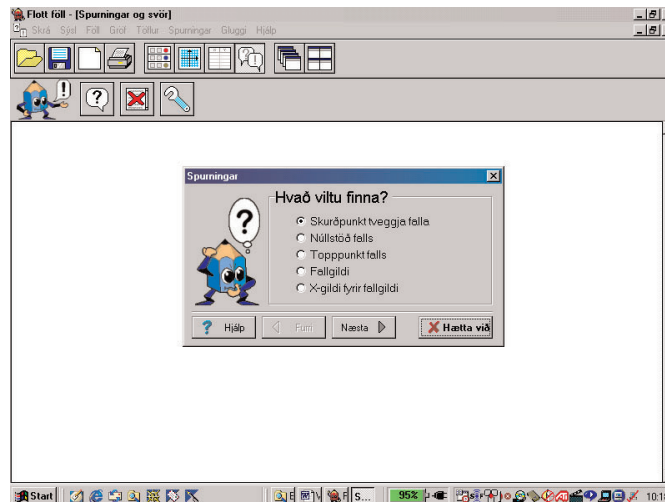
Glugginn Spurningar og svör

Veldu gluggann *Spurningar og svör*.

Fyrst skaltu ákveða fjölda aukastafa með því að smella á skrúflykilinn og renna sleðanum í 0 og hakaðu síðan við *í lagi*.



Veldu næst spurningarmerkið.



Nú er búið að haka við *Skurðpunkt tveggja falla*.

Forritið finnur skurðpunktinn þegar þú smellir á hnappinn *Næsta*. Fylgdu leiðbeiningunum.

Fyrst þarf að smella á fyrri jöfnuna $y = x + 2$. Velja svo *Næsta*.

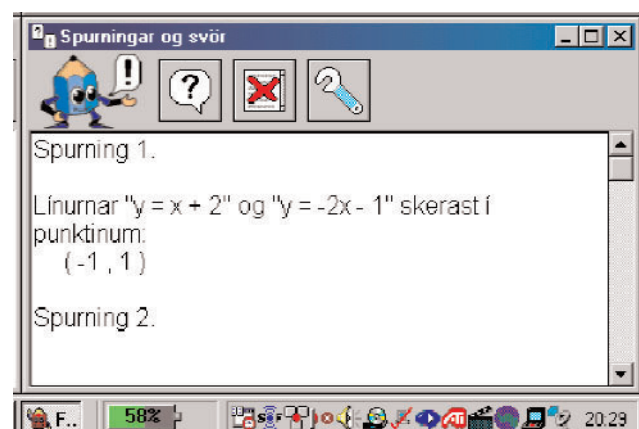
Þá er smellt á síðari jöfnuna $y = -2x - 1$ og á hnappinn *Framkvæma*.

Svarið birtist í glugganum.

Skrifaðu það hér: _____

Hægt er að nota þennan glugga á hliðstæðan hátt og ritvinnsluglugga.

Prófaðu að skrifa inn spurningar eins og hér er sýnt.



Núllstöð

Nú skaltu skoða núllstöð fallsins. Þá er átt við skurðpunkt jöfnunnar við x-ásinn. Veldu jöfnuna $y = x + 2$ og skoðaðu svarið.

Skrifaðu hér hvað stendur: _____

Hægt er að velja x-gildi og biðja um samsvarandi y-gildi með því að spyrja um *Fallgildi* eða velja y-gildi og fá upp gefið hvaða x-gildi svarar til þess með því að velja x-gildi fyrir fallgildi. Hvað er y-gildi þegar x-gildi er -3?

Svar: _____

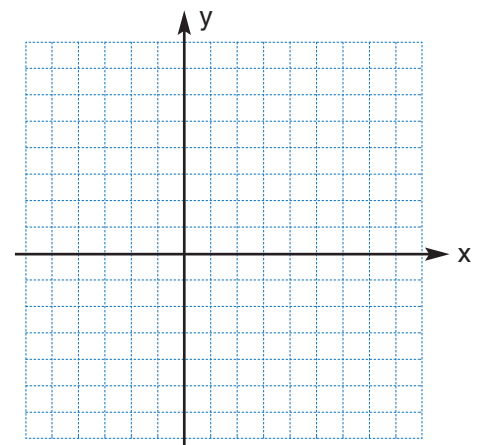
Hvað er x-gildi þegar y-gildi er 5?

Svar: _____

Skoðaðu töflugluggann. Passa svörin þín við það sem þar stendur? Fylltu í þessa töflu og merktu síðan punktana inn í hnitakerfið.

Tengdu punktana saman með reglustiku og skrifaðu jöfnu fallsins. Ef punktarnir liggja ekki á beinni línu þarftu að athuga hvort þú hefur merkt þá rétt inn. Berðu hana saman við línuna í grafglugganum.

| x | y |
|----|---|
| -1 | |
| -2 | |
| -3 | |
| 5 | |



Jafnan er $y =$ _____

Beinar línur

Í þessum kafla er sjónum beint að jöfnu línu.

$$y = ax + b$$

og skoðað hvernig tölurnar a og b hafa áhrif á hana.

Hallatala

1. Veldu fallagluggann. Eyddu þeim föllum sem þar eru fyrir og veldu:

$$y = ax + b$$

2. Skráðu 1 fyrir a og 0 fyrir b . Hver er jafnan þá? _____

3. Bættu við nýju falli þar sem $a = 2$ en b verður áfram 0.

Hver er jafnan? _____

4. Bættu við þriðja fallinu þar sem $a = 3$ en b verður áfram 0.

Hver er jafnan? _____

Skoðaðu línurnar í grafglugganum og láttu forritið merkja þær.
Lýstu í stuttu máli hver er aðalmunurinn á línunum.

5. Nú skaltu breyta föllunum þremur, þannig að:

lína með $a = 1$ verður nú með $a = -1$,
lína með $a = 2$ verður nú með $a = -2$
og línan þar sem $a = 3$ breytist í $a = -3$.
Láttu b vera 0 áfram.

Breytast línurnar?

6. Hvernig hallar línan ef a er póstítif tala?

Sýndu dæmi með því að teikna í hnitakerfið hér við hliðina.

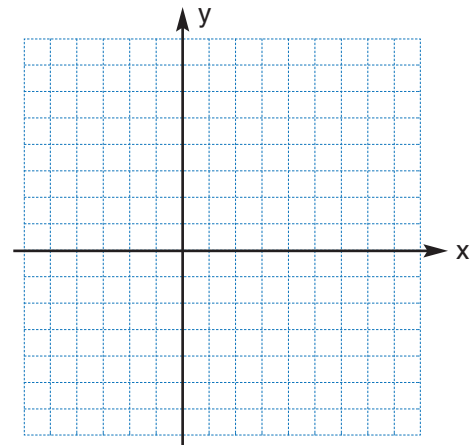
Hvernig hallar línan ef a er negatíf tala ?

Sýndu dæmi. Þú getur teiknað báðar línurnar í sömu myndina en merktu þær greinilega.

Hvernig er lína ef a væri 0?

Teiknaðu hana.

Þú getur notað forritið til að kanna þetta.



7. Eyddu föllunum sem þú hefur verið að vinna með og byrjaðu upp á nýtt.

Áfram er fengist við fall af tegundinni $y = ax + b$.

Láttu b vera 0.

a) Stilltu gildi a á 1. Þá er jafnan

$$y = x$$

Notaðu töfluna til að skrá hér nokkur hnit.

| x | $y = x$ |
|----|---------|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

Jafnan er: _____

Stækkaðu grafpluggann og skoðuðu línuna. Flyttu músarbendilinn yfir (0,0).

(Ekki ýta á músarhnappana!)

Færðu hann síðan um 1 til hægri.

Hversu langt þarftu að fara upp þar til þú lendir aftur á línunni? _____

Skoðuðu töfluna. Hvernig breytast gildin á y þegar x hækkar um einn? _____

b) Breyttu fallinu þannig að gildi a verður 3. Þá er jafnan $y = 3x$

Notaðu töfluna til að skrá hér nokkur hnit.

| x | $y = 3x$ |
|----|----------|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

Stækkaðu grafgluggann og skoðaðu línuna. Flyttu músarbendilinn yfir á hnitid (0,0). (Ekki ýta á músarhnappana!) Færðu hann síðan um 1 til hægri. Hversu langt þarftu að fara upp eða niður þar til þú lendir aftur á línunni?

Skoðaðu töfluna.

Hvernig breytast gildin á y þegar x hækkar um 1? _____

Ef þú byrjar með músarbendilinn yfir (1,3) (ekki ýta á músarhnappana!) og færir hann um 1 til hægri hversu langt þarftu þá að fara upp eða niður þar til þú lendir aftur á línunni?

8. a) Stilltu gildi a á -1 . Þá er jafnan

$$y = -x$$

Notaðu töfluna til að skrá hér nokkur hnit.

| x | $y = -x$ |
|----|----------|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

Stækkaðu nú graf gluggann og skoðaðu línuna. Flyttu músarbendilinn yfir á hnitid (0,0). (Ekki ýta á músarhnappana!) Færðu hann síðan um 1 til hægri.

Hversu langt þarftu að fara upp eða niður þar til þú lendir aftur á línunni?

Skoðaðu töfluna.

Hvernig breytast gildin á y þegar x hækkar um 1? _____

b) Breyttu fallinu þannig að gildi a verður -2 . Þá er jafnan $y = -2x$

Notaðu töfluna til að skrá hér nokkra punkta.

| x | $y = -2x$ |
|----|-----------|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

Stækkaðu grafpluggann og skoðaðu línuna. Flyttu músarbendilinn yfir (0,0).

(Ekki ýta á músarhnappana!)

Færðu hann síðan um 1 til hægri.

Hversu langt þarftu að fara upp þar til þú lendir aftur á línunni? _____

Skoðaðu töfluna.

Hvernig breytast gildin á y þegar x hækkar um 1?

Ef þú byrjar með músarbendilinn yfir (1,-2)

(ekki ýta á músarhnappana!) og færir hann um 1 til hægri

hversu langt þarftu þá að fara upp þar til þú lendir aftur á línunni?

9. Notaðu liði 7–8 til að setja fram reglu um stuðulinn a.

Talan a er nefnd hallatala línunnar.

Skurður við y-ás

Í þessum hluta er athugað hvernig grafið breytist þegar b tekur mismunandi gildi. Hreinsaðu út föllin sem þú hefur verið að fást við.

1. Stilltu gildi a á 1 og b á 1. Skoðaðu grafið og fylltu inn töfluna hér fyrir neðan. Breyttu svo gildi á b og notaðu forritið til að hjálpa þér að fylla út eftirfarandi töflu:

$a = 1$

| b | Jafnan | Skurðpunktur við y-ás |
|-----|--------|-----------------------|
| 1 | | (,) |
| 3 | | (,) |
| -1 | | (,) |
| 5 | | (,) |
| 0 | | (,) |
| -4 | | (,) |

2. Breyttu svo bæði a og b . Skoðaðu grafið og fylltu inn í töfluna hér fyrir neðan.

| a | b | Jafnan | Skurðpunktur við y-ás |
|-----|-----|--------|-----------------------|
| 2 | 0 | | (,) |
| 2 | 3 | | (,) |
| 2 | -2 | | (,) |
| -1 | -1 | | (,) |
| -1 | 5 | | (,) |
| -1 | 3 | | (,) |
| 3 | 0 | | (,) |
| -3 | 3 | | (,) |

3. Settu fram reglu um samband stuðulsins b og skurðpunktar línunnar við y -ás.

4. Hvað eiga fyrstu þrjár línurnar í töflunni í lið 2 sameiginlegt?

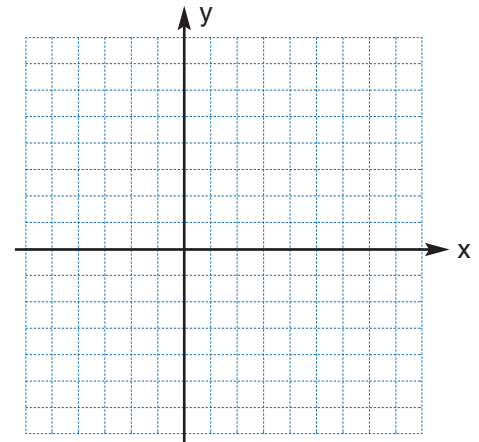
5. Skrifaðu niður jöfnur þriggja lína sem skera y -ásinn í sama punkti en hafa mismunandi hallatölur. Teiknaðu allar línurnar í hnitakerfið hér til hliðar.

Notaðu forritið þér til hjálpar ef með þarf.

Lína 1: _____

Lína 2: _____

Lína 3: _____



Láréttar línur

1. Stilltu nú gildi **b** á 4 og gildi **a** á 0.
Hvernig liggur línan?

2. Stilltu nú gildi **b** á 2 og láttu gildi **a** vera áfram 0.
Hvernig liggur línan nú ?

3. Hvað hefur breyst?

4. Hvað hefur ekki breyst?

5. Notaðu töflugluggann til að fylla inn í eftirfarandi töflu fyrir línuna í lið 2.

| x | y |
|----|---|
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |

Hver er jafna línunnar? _____

6. Láréttar línur hafa halla _____

og almennt form á jöfnum þeirra er _____

7.

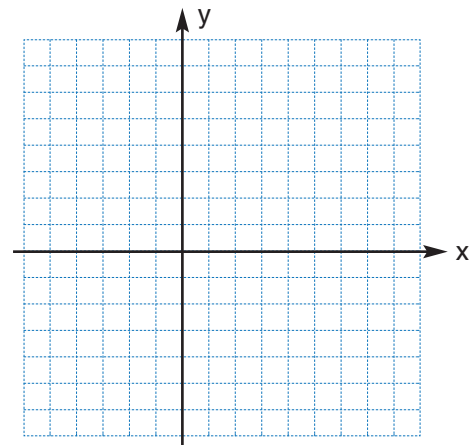
a) Teiknaðu graf línunnar $y = 3$ í hnitakerfið hér til hliðar.

b) Veldu þrjá punkta á línunni og skrifaðu niður hnit þeirra:

(,)

(,)

(,)



c) Hvað er sameiginlegt með þessum þremur punktum?

8.

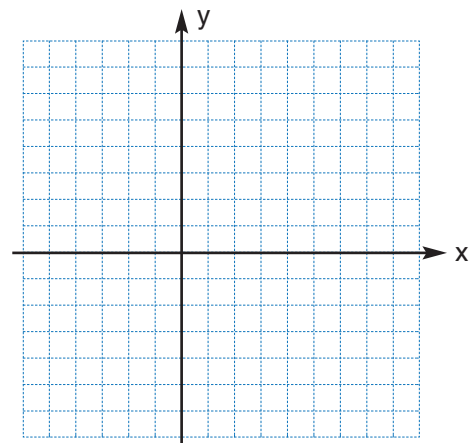
a) Teiknaðu graf línunnar $y = -2$ í hnitakerfið hér til hliðar.

b) Veldu þrjá punkta á línunni og skrifaðu niður hnit þeirra:

(,)

(,)

(,)

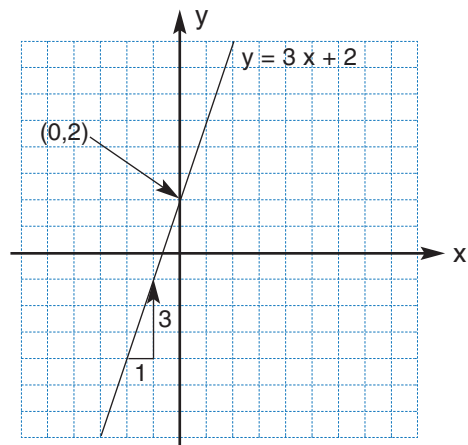


c) Hvað er sameiginlegt með þessum þremur punktum?

Niðurstaða

Niðurstaða athugana þinna á beinu línunni ætti að vera þessi:

Í jöfnunni $y = ax + b$ segir talan b til um hvar línan sker y -ásinn. Talan a er nefnd hallatala línunnar og segir til um hvað y hækkar um þegar x hækkar um 1.



Að leysa saman tvær jöfnur

Hér er graf með jöfnunni $ax + by = c$ skoðað.

Hreinsaðu út föllin sem þú ert með í fallglugganum og veldu svo nýtt fall af tegundinni

$$ax + by = c.$$

Láttu **a** vera 3, **b** vera 1 og **c** vera 7

$$\text{Jafnan er } 3x + y = 7$$

Frá fyrra verkefni veistu að hallatalan er fundin með því að athuga hvað y breytist mikið þegar

x breytist um 1.

Skoðaðu grafið. Er hallatalan jákvæð eða neikvæð? Svar _____

Hver er hallatalan? Svar _____

Í hvaða punkti sker línan y -ásinn? Svar _____

Notaðu upplýsingarnir um hallatölu og skurðpunkt við y -ás til að skrifa jöfnuna á forminu $y = ax + b$.

Svar _____

Reyndu að nota þær algebru aðferðir sem þú þekkir til að umskrifa jöfnuna $3x + y = 7$ á forminu $y = \dots$

Svar _____

Berðu saman svörin við liðinn á undan.

Bættu nú við nýrri línu $2x - y = 3$

Skoðaðu gröfin í grafglugganum og skrifaðu niður hnit skurðpunkts þeirra.

Svar _____

Farðu nú í spurningagluggann og skoðaðu hvort svarið þitt passar.

Notaðu töflugluggann til að hjálpa þér að skrifa niður hnit nokkurra punkta á línunum.

Punktar á $3x+y=7$

(-1,)

(0,)

(1,)

(2,)

Punktar á $2x - y = 3$

(-1,)

(0,)

(1,)

(2,)

Hvaða punktur er eins á báðum línunum. $x =$ _____ $y =$ _____

Notaðu samlagningaraðferðina til að leysa saman jöfnurnar

$$3x + y = 7$$

$$2x - y = 3$$

Svar $x =$ _____ $y =$ _____

Annað dæmi

Hreinsaðu þær jöfnur sem eru fyrir og teiknaðu gröf fyrir

$$x + y = 5 \quad \text{og} \quad x - 2y = -4$$

Skoðaðu gröfin í grafglugganum og skrifaðu niður hnit skurðpunkta þeirra.

Svar _____

Farðu nú í spurningagluggann og skoðaðu hvort svarið þitt passar.

Notaðu töflugluggann til að hjálpa þér að skrifa niður hnit nokkurra punkta á línunum.

Punktar á $x + y = 5$

(-1,)

(0,)

(1,)

(2,)

Punktar á $x - 3y = -4$

(-1,)

(0,)

(1,)

(2,)

Hvaða punktur er eins á báðum línunum. $x =$ _____ $y =$ _____

Notaðu samlagningaraðferðina til að leysa saman jöfnurnar

$$x+y=5$$

$$x - 2y = -4$$

Svar $x =$ _____ $y =$ _____

Hvaða niðurstöðum kemst þú að eftir að skoða skurðpunkta tveggja lína og að leysa saman tvær jöfnur af tegundinni $ax + by = c$?

Þegar tvær jöfnur á forminu $ax + by = c$ eru leystar saman er verið að leita að tveim tölum x og y , sem gera báðar jöfnur réttar.

Þegar gröf þessara jafna eru teiknuð í hnitakerfi sést að skurðpunktur línanna hefur sama hnit og fæst þegar jöfnurnar eru leystar saman.

Þetta þýðir að hægt er að leysa jöfnurnar annaðhvort með útreikningi eða með því að teikna gröf þeirra og finna skurðpunktinn.

Fleiri dæmi

Notaðu forritið til að hjálpa þér að leysa eftirfarandi jöfnuhneppi:

Finndu svárið með því að skoða skurðpunktinn og sannprófaðu það í spurningaglugganum.

1. $x - y = 0$ og $x + y = 2$

2. $4x - 3y = 6$ og $x - 2y = 1$

3. $-x + y = 4$ og $3x + 5y = 12$
