

# VINKILL 2



3. október 2007

Ítarefni í stærðfræði

# Um efnið

Þetta efni er ætlað sem ítarefni í stærðfræði fyrir unglingastig. Efnið getur hentað til einstaklings- eða paravinnu í skólanum en einnig má nýta það sem heimavinnuverkefni. Sum verkefni geta nemendur leyst á blöðunum en önnur þarf að skrá í vinnubók.

## Tölur og talnameðferð

Veldi	3	Stæður 2	19
Veldareikningur	4	Stæður 3	20
Staðalform (stórar tölur)	5	Margföldun tveggja liðastærða 1	21
Staðalform (smáar tölur)	6	Margföldun tveggja liðastærða 2	22
Fjármál – laun	7	Jöfnur og gröf 1	23
Neikvæðar tölur	8	Jöfnur og gröf 2	24
Tímamismunur	9	Stæður og jöfnur	25
Fjármál – sumarfrí	10	Röð aðgerða – leikur	26

## Hyrningar og hringir

Tophorn – grannhorn	11
Hringgeirar	12

## Rými

Ferstrendingar	13
Sívalningar	14
Ýmis form	15

## Algebra

Svigar í stæðum 1	16
Svigar í stæðum 2	17
Stæður 1	18

## Hlutföll og almenn brot

Hlutföll	27
Einslögun	28
Hlutföll – verkefni	29
Hlutföll í líkamanum	30
Hluti af heild 1	31
Hluti af heild 2	32
Samlagning og frádráttur brota	33
Margföldun og deiling	34
Brotaspil	35
Brotaspil – grunnur	36
Lukkureitur	37
Orðadæmi	38
Orðadæmi framh.	39

## Rökfræði og mengi

Mengi og fjöldi staka 1	40
Mengi og fjöldi staka 2	41
Skilgreiningar á formum 1	42
Skilgreiningar á formum 2	43
Leitin að tölunni	44
Leikir	45
Leikir – grunnur	46
L-leikurinn	47
L-leikurinn – grunnur	48
Hættulegur þríhyrningur	49

## Líkindi og tölfræði

Líkindareikningur	50
Líkindi – tilraun	51
Tíðnitöflur 1	52
Tíðnitöflur 2	53
Bilskiptar tíðnitöflur	54
Myndrit 1	55
Myndrit 2	56

## Vinkill 2 – Algebra

© 2007 Guðrún Angantýsdóttir, Katrín Halldórsdóttir og Þuríður Ástvaldsdóttir  
© 2007 teikningar: Böðvar Leós

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin  
1. útgáfa 2007  
Námshagstofnun

Umbrot og útlit: Námshagstofnun

## Veldi

1. Skráðu sem veldi.

a.  $8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$

b.  $3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 = 3^2 \cdot 11^4$

c.  $7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5 \cdot 9^3$

d.  $x \cdot x \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot 4 \cdot 4 \cdot x = 2^3 \cdot 4^2 \cdot x^4$

2. Reiknaðu gildi veldanna.

a.  $3^3 = 27$

b.  $6^4 = 1296$

c.  $(-5)^6 = 15625$

d.  $(-7)^3 = -343$

3. Reiknaðu.

a.  $3^2 \cdot 4 = 36$

b.  $7^3 \cdot 5^4 = 214375$

c.  $2^7 + 3^9 = 19811$

d.  $3^6 \cdot x^3 = 729x^3$

4. Skrifðu með þínum orðum hvað þessi orð standa fyrir:

a. Veldisstofn: Tala sem margfaldast með sjálfu sér eins oft og veldisvísir segir til um.

b. Veldisvísir: Segir til um hve oft á að margfalda veldisstofninn með sjálfum sér.

5. Aníta og Stefán voru velta því fyrir sér hvernig réttast væri að skrá  $x \cdot x$ . Aníta hélt því fram að þetta væru tvö stykki af  $x$ -um og væri því skráð  $2x$  en Stefán sagði að það ætti að skrá þetta sem  $x$  í öðru veldi eða  $x^2$ .

Hvort þeirra hefur rétt fyrir sér og af hverju? **Stefán.**

Rökstyddu mál þitt með dæmi.

**Gefum okkur t.d. að  $x$  sé 4. Þá myndi Aníta skrá  $4 \cdot 4$  sem  $2 \cdot 4$  sem gengur ekki upp.**



6. Aníta og Stefán voru að skoða veldareglur og sáu að allar tölur í núllta veldi jafngilda einum, þ.e.  $a^0 = 1$ . Þessu áttu þau erfitt með að trúa og voru alls ekki sannfærð. Reyndu að sannfæra þau um að þetta sé raunin. Notaðu þín orð og þá aðferð sem þú telur að sé mest sannfærandi.

**Mismunandi svör.**



## Staðalform (stórar tölur)

1. Skráðu á staðalformi.

a.  $40\,000 = 4 \cdot 10^4$

b.  $230\,000 = 2,3 \cdot 10^5$

c. 17 milljónir =  $1,7 \cdot 10^7$

d.  $785\,000\,000 = 7,85 \cdot 10^8$

2. Reiknaðu dæmin og skráðu svörin á staðalformi.

a.  $2300 \cdot 6700 = 1,541 \cdot 10^7$

b.  $17\,800 \cdot 244 = 4,3432 \cdot 10^6$

c.  $87\,000 \cdot 23\,000 = 2,001 \cdot 10^9$

d.  $65\,100 \cdot 789\,000 = 5,13639 \cdot 10^{10}$

3. Gulla og Jói voru að skoða háar tölur. Þau ákváðu að reikna út hve margar mínútur og sekúndur eru í einu ári. Þau vita að það eru 60 mínútur í hverjum klukkutíma og 24 tímar í sólarhring og þau vita hve margir dagar eru í einu ári. Þau lentu hins vegar í tónum vandræðum með að finna út úr þessu öllu. Hjálpaðu þeim að finna út hve margar mínútur og hve margar sekúndur eru í einu ári. Skráðu svörin bæði með venjulegum rithætti og á staðalformi.

a. Mínútur á ári: = **525 600** staðalform: =  $5,256 \cdot 10^5$

b. Sekúndur á ári: = **31 536 000** staðalform: =  $3,1536 \cdot 10^7$



4. Gulla er fædd 23. mars 1992 og Jói 12. nóvember 1992. Reiknaðu út hvað þau hafa lifað í margar mínútur og sekúndur miðað við daginn í dag. Skráðu svörin bæði með venjulegum rithætti og á staðalformi.

Gulla: staðalform:

Jói: staðalform:

**Mismunandi lausnir eftir því hvenær dæmið er reiknað.**

5. Prófaðu að reikna út aldur þinn í mínútum og sekúndum miðað við daginn í dag og skráðu hann á staðalformi.

**Mismunandi svör.**

## Staðalform (smáar tölur)

1. Skráðu á staðalformi.

a.  $0,004 = 4 \cdot 10^{-3}$

b.  $0,000387 = 3,87 \cdot 10^{-4}$

c.  $0,00000099 = 9,9 \cdot 10^{-7}$

d.  $0,0206080 = 2,0608 \cdot 10^{-7}$

2. Reiknaðu dæmin og skráðu svörin á staðalformi.

a.  $500 : 500\,000 = 1 \cdot 10^{-3}$

b.  $48 : 12\,000\,000 = 4 \cdot 10^{-6}$

c.  $0,075 : 25\,000 = 3 \cdot 10^{-6}$

d.  $14,72 : 230\,000\,000 = 6,4 \cdot 10^{-8}$

3. Þrjú félagar, Gunni, Óli og Simmi, voru að leika sér að því að mæla ýmsa hluti. Þeir léku sér einnig að því að umbreyta mælingunum í aðrar mælieiningar. Þeir mældu eftirfarandi hluti:

a. Þykkt blýants:  $0,7\text{ cm} = 7 \cdot 10^{-6}$

b. Þykkt námsbókar:  $6\text{ mm} = 6 \cdot 10^{-6}$

c. Þykkt blýs:  $0,5\text{ mm} = 5 \cdot 10^{-7}$

d. Breidd pennastriks:  $0,1\text{ cm} = 1 \cdot 10^{-6}$



Umreiknaðu mælingar þeirra í kílómetra og skráðu tölurnar á staðalformi.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
----	----	-----	---	----	----	----

4. Mældu a.m.k. þrjú aðra hluti og umbreyttu mælingunum í kílómetra. Skráðu niðurstöðunar á staðalformi.

**Mismunandi niðurstöður.**

5. Skráðu tölurnar með venjulegum rithætti:

a.  $3,45 \cdot 10^{-4} = 0,000345$

b.  $1,008 \cdot 10^{-7} = 0,0000001008$

c.  $6,0606 \cdot 10^{-3} = 0,0060606$

d.  $7,9998 \cdot 10^{-9} = 0,0000000079998$

## Fjármál – laun

Vinirnir Stefán, Andrés og Margrét eru í sumarvinnu. Þau vinna mismarga tíma á viku og fá því mismunandi mánaðarlaun. Í þessu verkefni átt þú að reikna út laun þeirra, hvað fer mikið í skatt, lífeyrissjóð (miðað við 4%) og annan frádrátt og hvað þau fá útborgað. Á upplýsingavef skattstjóra [www.rsk.is](http://www.rsk.is) má finna gildandi skattprósentu, upphæð skattkorts og hvernig reikna á út laun (sérstök reiknivél). Einnig getur verið gott að skoða vefi hjá hinum ýmsu stéttarfélögum.



### Stefán vinnur við afgreiðslustörf í verslun

Grunnlaun hans eru 105 945 kr. fyrir skatta. Stefán vinnur frá kl.10:00–18:00 og auk þess að jafnaði 8 yfirvinnutíma á mánuði, fyrir þá fær hann 1100 kr. á tímann. Reiknaðu útborguð laun hans og gerðu grein fyrir öllum frádráttarliðum. **Útborguð laun eru 102958 kr. (skattprósenta er 35,72%, persónuafsláttur er 32150 kr). Geri aðeins ráð fyrir greiðslu í lífeyrissjóð í frádrátt.**

### Andrés vinnur í byggingarvinnu

Hann fær 132 810 kr. í heildarlaun á mánuði. Hann vinnur yfirleitt frá kl. 8:00–17:00. Reiknaðu útborguð laun hans og frádráttarliði. **Útborguð laun eru 114106. (sömu viðmið).**



### Margrét vinnur sem þjónn á veitingastað

Hún fær 96 820 kr. í grunnlaun og fær auk þess greitt fyrir 20 eftirvinnutíma á mánuði þar sem tímakaupið er 558 kr. Hún vinnur að jafnaði 7 tíma á dag. Reiknaðu útborguð laun hennar og alla frádráttarliði. **Útborguð laun eru 98783. (sömu viðmið).**

1. Berðu saman laun þeirra þriggja.  
Hvert þeirra borgar hæstu skattana og hve miklir eru þeir?  
**Andrés 13392 kr.**
2. Hvert þeirra borgar mest í lífeyrissjóð á mánuði?  
**Andrés.**
3. Hvað safnast mikið í lífeyrissjóð hjá hverju þeirra eftir eins árs vinnu?  
**S: 137694 kr. A: 152998 kr. M: 129576 kr. (10% af launum · 12 mán.)**
4. Hvert þeirra þriggja fær hlutfallslega mest á tímann miðað við útborguð laun og vinnustundir á dag?  
**Stefán.**
5. Kom eitthvað þér á óvart við launaútreikningana? Ef svo er hvað var það helst?

Launagreiðandi greiðir  
6% í lífeyrissjóð á mótí  
4% frá launþega  
(samaltals 10% af launum).

## Neikvæðar tölur

1. Jóna lánar Ínu 28 500 kr. Hve mikið er eftir af skuldinni ef Ína greiðir Jónu fyrst 13 400 kr. og síðan 8 700 kr.  
= **6 400 kr.**

2. Búðu til eitt dæmi um aðstæður í daglegu lífi þar sem neikvæðar tölur koma við sögu og fáðu bekkjarfélagi þinn til að leysa það.  
**Mismunandi svör.**

3. Eftirfarandi tafla sýnir hitabreytingar í þorpi einu í Svissnesku Ölpunum.

a. Skráðu hitabreytinguna.

b. Hvenær hækkar hitinn mest? **10. október.**

	Hitastig í °C kl. 8:00	Hitastig í °C kl. 16:00
10. júlí	8	26
10. október	-1	18
10. janúar	-26	-10
10. apríl	5	-7

a. **hitabreytingin**

**+18 °C**

**+19 °C**

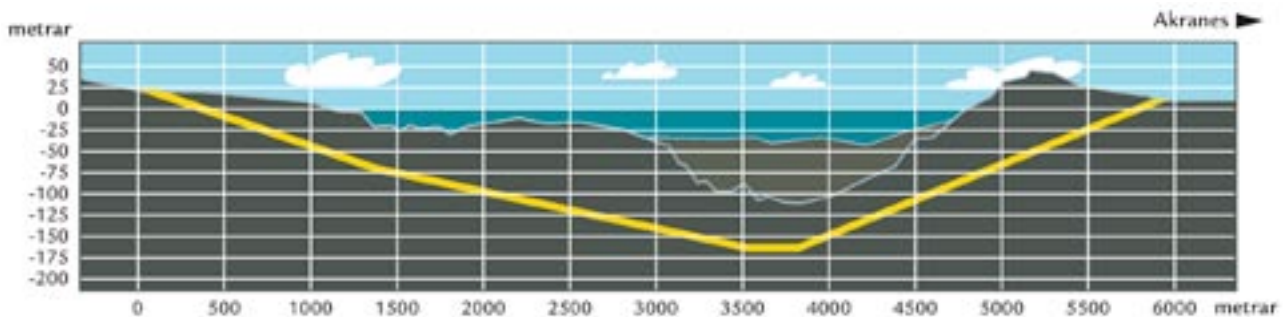
**+16 °C**

**-12 °C**

Neikvæðar tölur eru notaðar þegar:

- hiti er mældur
- mæld er dýpt undir sjávarmáli t.d. í Hvalfjarðargöngum eða í námum
- reiknaður er tímamismunur í klukkustundum
- könnuð er staða fyrirtækja

4. Myndin sýnir teikningu af Hvalfjarðargöngum.



Göngin eru 5,8 km löng.

a. Hve langt undir sjávarmál ná göngin við 4 km á myndinni? **150 m undir sjávarmál.**

b. Áætlaðu hve langur vegakafli er undir sjó? **≈5,1 km**

c. Hve langt undir sjávarmál ná göngin? **Um 170 m**

d. Hve hátt yfir sjávarmáli ná göngin? **25 m**

e. Hver er mismunurinn? **Mismunurinn er 195 metrar.**

5. Finndu mismun talnanna.

a. -3 og -12  
**9**

b. -6 og 6  
**-12**

c. -18 og -4  
**-14**

d. -3,5 og -10,4  
**6,9**

6. Reiknaðu.

a.  $65 - 13 - 38$   
**14**

b.  $28 - 102 + 98$   
**24**

c.  $-18 - 16 - 2$   
**-36**

d.  $8 - (6 - 3)$   
**5**



## Tímamismunur



Skoðaðu töfluna.

Tímamismunur í klst. á milli nokkurra staða og Reykjavík.

Los Angeles	-8	Moskva	4
Chicago	-6	Aþena	3
New York	-4	Peking	9
London	1	Tokyo	10
Stokkhólmur	2	Melbourne	11

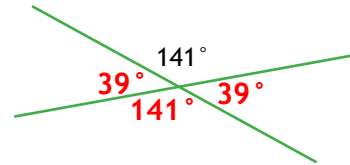
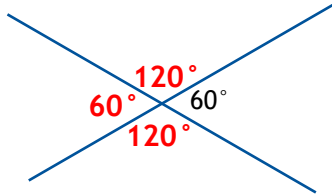
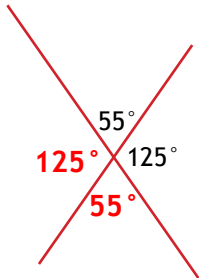
- Hvað er klukkan á eftirfarandi stöðum ef hún er 11:00 í Reykjavík?  
**a.** Chicago **5**      **b.** Los Angeles **3**      **c.** Peking **20**      **d.** Moskva **15**
- Hvað er klukkan á eftirfarandi stöðum ef hún er 18:00 í London?  
**a.** New York **13**      **b.** Reykjavík **17**      **c.** Aþenu **20**      **d.** Melbourne **4**
- Flugvél flýgur frá Stokkhólmi til Tókýó. Flugtíminn er 10 klst. og 15 mín. Hvenær er vélin komin til Tókýó, að staðartíma, ef hún lagði af stað kl.13:20 frá Stokkhólmi? **Kl. 7:35 að morgni.**
- Jón er að fara til Moskvu í nokkurra daga ferðalag. Hann flýgur frá Íslandi til Stokkhólms þann 28. febrúar kl. 17:45. Flugtími vélarinnar er 3 klst. og 45 mín. Jón þarf að bíða á flugvelli í Stokkhólmi í 3 klst. og 55 mín. áður en flugvél til Moskvu fer af stað. Flugtími þeirrar vélar er 3 klst. og 15 mín. Hvenær er Jón kominn til Moskvu? **1. mars kl. 6:40 eða ef hlaupaár er þá 29. feb kl. 6:40**
- Hann dvelur í Moskvu í 9 daga en fer þá aftur til Íslands. Nú flýgur hann frá Moskvu til Kaupmannahafnar. Hann leggur af stað frá Moskvu kl. 7:30. Flugtíminn til Kaupmannahafnar er 4 klst. og 50 mín. Hann þarf að dvelja á flugvelli í Kaupmannahöfn í 2 klst. og 30 mín. Flugtíminn til Íslands er 3 klst. og 40 mín. Hvenær er Jón kominn til Íslands? **9. mars kl. 14:30 eða ef hlaupaár er þá 8. mars.** Hve lengi var hann á ferðalagi? **11 klst.** Hvaða vikudag kemur hann til baka ef 28. febrúar er á miðvikudegi? **Á föstudegi.**
- Þórunn starfar sem flugmaður. Þriðjudaginn 30. janúar flýgur hún frá Íslandi kl.16:30 til San Francisco. Flugtíminn er 9 klst. og 35 mín. Klukkan í San Francisco er 8 klst. á eftir klukkunni á Íslandi. Hvað er klukkan í San Francisco þegar flugvélin lendir? **Kl. 18:05.**
- Þórunn þarf ásamt áhöfn sinni að gista þrjá sólarhringa í San Francisco. Flugvélin heldur heim á leið til Íslands kl. 19:50 að staðartíma. Flugtíminn er 10 klst. og 45 mín. Hvaða mánaðardag og klukkan hvað er Þórunn komin aftur til Íslands? **3. febrúar kl. 14:35.**



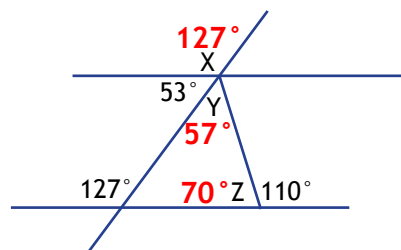
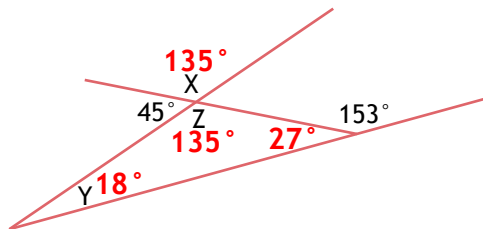
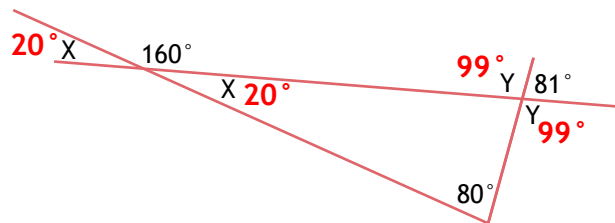
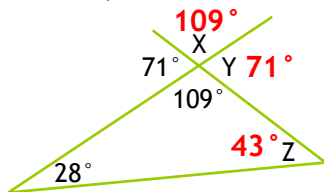
# Hyrningar og hringir

## Tophorn – grannhorn

1. Nýttu þér reglur um tophorn og grannhorn til að finna óþekktu hornin á myndunum. Skráðu hornastærðirnar inn á myndirnar.



2. Finndu óþekktu hornin á myndunum.



3. Ef tophorn er  $36^\circ$  hvað yrði grannhorn þess stórt?  $144^\circ$
4. Horn er  $77^\circ$ , hversu stórt er grannhorn þess við beina línu?  $103^\circ$
5. Hver er samanlögð summa tveggja tophorna og grannhorna þeirra?  $360^\circ$



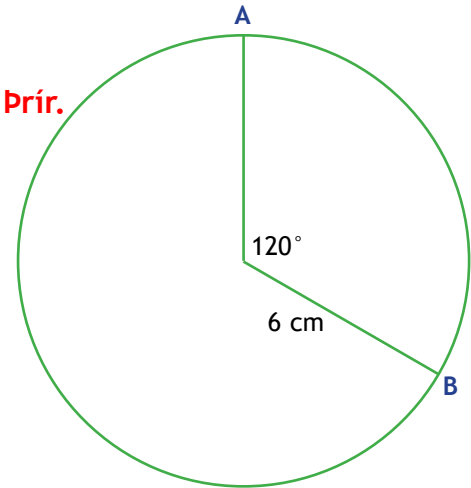
## Hringgeirar

1. Hringgeiri þessa hrings hefur  $120^\circ$  horn við miðju hringsins. Hversu stór hluti er geirinn af hringnum öllum?  $\frac{1}{3}$   
Rökstyddu svar þitt.  $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

2. Hvað myndu margir slíkir geirar rúmast í einum hring? **Þrjár.**  
En ef geirinn hefði  $60^\circ$  horn við miðju hringsins?  
 $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$  þ.a. svarið er sex geirar.

3. Telur þú að lengd geislans skipti hér máli? **Nei.**  
Rökstyddu svar þitt.  
**Stærð hornsins við miðju hringsins sýnir hvað geirinn spannar stóran hluta hringsins.**

4. a. Finndu ummál hringsins.  $\approx 37,7$  cm.  
b. Getur þú fundið lengd bogans AB út frá því sem þú veist um stærð geirans? Hver er hún?  $\approx 12,56$  cm.  
c. Hversu langur yrði boginn AB ef geirinn hefði  $60^\circ$  horn við miðju hringsins?  $\approx 6,28$  cm.



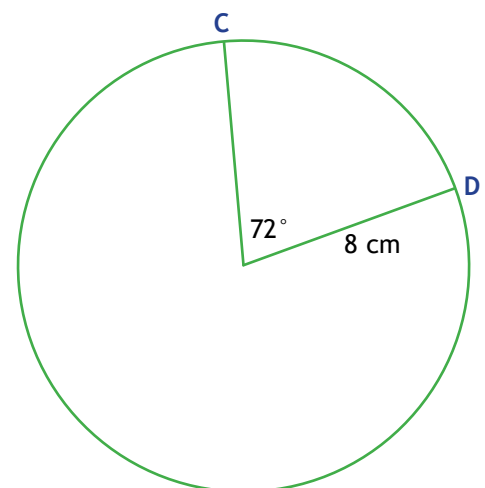
5. a. Finndu flatarmál hringsins.  $\approx 113,1$  cm<sup>2</sup>.  
b. Finndu flatarmál geirans sem afmarkast af  $120^\circ$  horninu við miðju hringsins? Hvernig fórstu að því?  $37,7$  cm<sup>2</sup>. Deilt með 3 í 113,1.  
c. Hvert yrði flatarmál geirans með  $60^\circ$  horn við miðju hringsins?  
 $\frac{113,1}{6} = 18,85$  cm<sup>2</sup>.

6. Finndu lengd bogans CD. Hvaða aðferð notaðir þú?  
 $\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$   $16 \cdot \pi = 50,26$   
 $50,26 \text{ cm} : 5 = 10,05$  cm.

7. Finndu flatarmál hringsins.  
 $8^2 \cdot \pi = 201,06$  cm<sup>2</sup>.

8. Hvert er flatarmál geirans sem afmarkast af  $72^\circ$  horninu í miðju hringsins?  
 $\frac{201,06}{5} = 40,21$  cm<sup>2</sup>.

9. Reiknaðu lengd boga og flatarmál hringgeira sem hefur 10 cm langan geisla og  $45^\circ$  horn við miðju hringsins.



Bogi: 7,85 cm.

Flatarmál geira:  $\approx 39,27$  cm<sup>2</sup>.

## Ferstrendingar

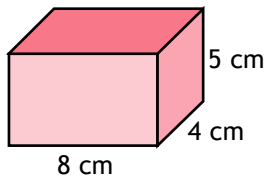
1. Reiknaðu rúmmál kassa (ferstrendinga) sem hafa hliðarlengdirnar:
- a. 3 cm, 18 cm og 16 cm.  **$864 \text{ cm}^3$**       c. 28 mm, 39 mm og 45 mm.  **$49140 \text{ mm}^3$**   
 b. 2,5 cm, 8 cm og 5,5 cm.  **$110 \text{ cm}^3$**       d. 1,2 m, 2,3 m og 1,95 m.  **$110 \text{ cm}^3$**

2. Teningur hefur hliðarlengdir sem eru 4 cm. Finndu bæði rúmmál (R) hans og yfirborðsflatarmál (Y).

$$R = 64 \text{ cm}^3$$

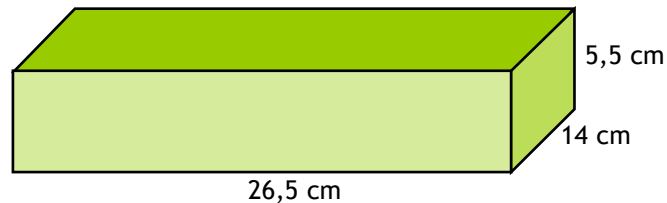
$$Y = 96 \text{ cm}^2$$

3. Reiknaðu rúmmál og yfirborðsflatarmál ferstrendinganna. Skráðu niðurstöðurnar í rúmmetrum og fermetrum.



$$R = 160 \text{ cm}^3$$

$$Y = 184 \text{ cm}^2$$



$$R = 2040,5 \text{ cm}^3$$

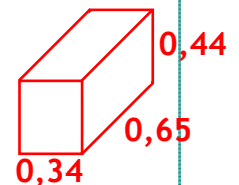
$$Y = 1187,5 \text{ cm}^2$$

4. Fjóla ætlar að setja saman fiskabúr úr gleri. Búrið á að vera ferstrendingsslaga, 34 cm breitt, 65 cm langt og 44 cm á hæð. Teiknið skissu af búrinu og hjálpið henni að finna eftirfarandi:

- a. Magn glers í fermetrum (án loks).  **$1,0922 \text{ m}^2$**

- b. Rúmmál búrsins í rúmmetrum.  **$0,09724 \text{ m}^3$**

- c. Lítramagn búrsins ef gert er ráð fyrir því að vatnsyfirborðið sé 3 cm frá efri brún búrsins.  
 **$90610 \text{ cm}^3 = 90,61 \text{ lítri}$**



1 dm<sup>3</sup> = 1 lítri  
 1 cm<sup>3</sup> = 1 ml

5. Lítil drykkjarferna hefur málin 4 cm, 6,5 cm og 8 cm. Utan á fernunni er sagt að hún innihaldi 2 dl af safa. Getur þetta staðist? **Já.**

$$208 \text{ cm}^3 = 208 \text{ ml} = 2,08 \text{ dl}$$

6. Ef gert er ráð fyrir því að 3 prósent af rúmmáli fernunnar þurfi í loftrúm, getur fernen þá innihaldið 2 dl af safa? **Já.**

$$208 \text{ cm}^3 \cdot 3\% = 6,24 = 2,08 \text{ cm}^3 \quad 208 - 6,24 = 201,76 = 2,0176 \text{ dl}$$



## Ýmis form

1. Hanna og Heiðar eru að kanna hvort rúmmál og yfirborðsflatarmál dósar breytist ef geisli hennar er tvöfaldaður og hæð hennar helminguð. Þau prófa tvær stærðir af dósunum.

- A dós sem er með 6 cm geisla og 22 cm hæð. **A : Rúmmál : 2488,14 cm<sup>3</sup>  
yfirborð : 1055,57 cm<sup>2</sup>**
- B dós sem er með 12 cm geisla og 11 cm hæð. **B : R : 4976,28 cm<sup>3</sup>  
Y : 1734,159 cm<sup>2</sup>**

Telur þú að dósir A og B rúmi jafnmikið?

- a. Reiknaðu rúmmál beggja dósanna. **A = 2488,14      B = 4976,28**

- b. Er einhver munur á rúmmálinu? **Já.**

Ef svo er, sérðu einhver tengsl milli rúmmáls þeirra og hver eru þau?

**Rúmmál dósar A er helmingi minni en í B.**

- c. Reiknaðu yfirborðsflatarmál dósanna. **1055,57 cm<sup>2</sup> og 1734,16 cm<sup>2</sup>**

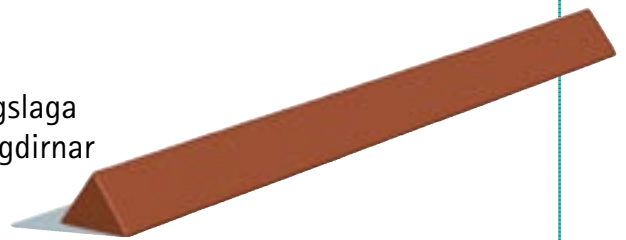
- d. Er það jafnt? Ef ekki, sérðu eitthvert samband milli flatarmálanna?

Prófaðu að gera þetta sama með öðrum sívalning með öðrum lengdum.

Er niðurstaða þín sú sama og áður? Hvers vegna heldur þú að það sé?

**Flatarmál möttuls dósanna er það sama.**

2. Hve mikinn pappír þarf til að pakka inn þristrendingslaga súkkulaðistykki sem er 30 cm langt, hefur hliðarlengdirnar 4 cm og hæðina 3,5 cm? **374 cm<sup>2</sup>**



3. Hvert er rúmmál þristrendingsins í dæmi 2? **210 cm<sup>3</sup>**

4. Prófaðu að tvöfalda hliðarlengdirnar og hæðina en helminga lengd þristrendingsins. Reiknaðu nú rúmmál hans. Færðu út sama rúmmál? Ef ekki, er eitthvert annað samband milli niðurstaðnanna? Hvað er það? **420 cm<sup>3</sup>**

**Rúmmálið er tvöfalt meira.**

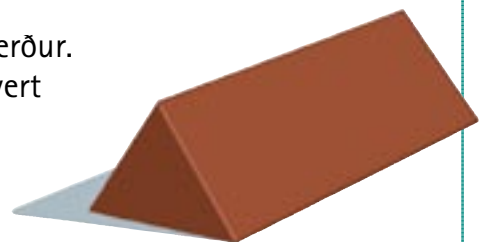
5. Kannaðu hvert yfirborðsflatarmál seinni þristrendingsins verður. Færðu út sama yfirborðsflatarmál og í þeim fyrri? Er eitthvert annað samband milli niðurstaðnanna?

**Yfirborðsflatarmál langhlið er það sama.**

Prófaðu að búa til nýjan þristrending og breyta honum á sama hátt og hér að framan. Reiknaðu því næst rúmmál

og yfirborðsflatarmál þeirra beggja. Er niðurstaðan sú sama og áður?

Af hverju heldur þú að svo sé? **Sama regla og í dæmi 1.**







## Svigar í stæðum 2

Fyrst verður að margfalda og deila áður en lagt er saman eða dregið frá.

1. Jóhannes og Matthildur unnu saman við að leysa dæmi, hliðstæð þeim sem hér eru. Þau rifjuðu upp reglur um forgangsröð aðgerða.

Reiknaðu.

a.  $6 + 4 \cdot 3 + 2$  **20**

d.  $3 \cdot 4 + 3 + 2 \cdot 5$  **25**

b.  $20 + 8 \cdot 3 - 2 \cdot 10 + 5$  **29**

e.  $5 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3$  **44**

c.  $10 \cdot 5 - 4 : 2 + 2 \cdot 4$  **56**

f.  $40 : 5 + 3 \cdot 5 - 4 \cdot 3$  **11**

2. Jóhannes mundi líka að ef svigar eru í dæmunum á að reikna fyrst út úr þeim. Hann hefur mjög gaman af tölum og ákvað að búa til þrautir fyrir Matthildi. Hann bað hana að setja sviga í dæmin þannig að fullyrðingarnar yrðu sannar. Matthildi fannst ótrúlegt að þetta væri hægt en ákvað að reyna. Reyndu að leysa dæmin.

a.  $6 + 4 \cdot (3 + 2) = 26$

d.  $3 \cdot (4 + 3) + (2 \cdot 5) = 31$

b.  $(6 + 4) \cdot 3 + 2 = 32$

e.  $(3 \cdot 4) + (3 + 2) \cdot 5 = 37$

c.  $(6 + 4) \cdot (3 + 2) = 50$

f.  $3 \cdot (4 + 3 + 2) \cdot 5 = 135$

3. Matthildur bjó líka til nokkur dæmi. Prófaðu að setja inn sviga og athuga hvort hægt er að láta fullyrðingar hennar verða sannar.

a.  $20 + (8 \cdot 3) - 2 \cdot (10 + 5) = 14$

d.  $5 \cdot (4 + 2) \cdot (6 + 4) \cdot 3 = 900$

b.  $20 + (8 \cdot 3) - (2 \cdot 10) + 5 = 29$

e.  $5 \cdot (4 + 2) \cdot 6 + (4 \cdot 3) = 192$

c.  $(20 + 8) \cdot 3 - (2 \cdot 10) + 5 = 69$

f.  $(5 \cdot 4) + 2 \cdot (6 + 4) \cdot 3 = 80$

4. a.  $10 \cdot (5 - 4) : 2 + (2 \cdot 4) = 13$

c.  $40 : (5 + 3) \cdot 5 - (4 \cdot 3) = 13$

b.  $(10 \cdot 5) - (4 : 2) + (2 \cdot 4) = 56$

d.  $(40 : 5) + 3 \cdot (5 - 4) \cdot 3 = 17$

5. Búðu til þín eigin dæmi og leggðu fyrir félagi þína.

## Stæður 1

Í Fossaskóla er 9. bekkur að skipuleggja fjáröflun. Krakkarnir ákveða að halda flóamarkað og safna ýmsu dóti til að selja. Sturla og Vigdís taka að sér að fara yfir það sem hefur safnast.

1. Þau eru með 5 verkfærakassa. Í hverjum kassa eru 4 skrúfjárn, 2 hamrar, 3 tommustokkar og 5 sagir.

Sturla skrifar niður eftirfarandi stæðu.

$$5(4 \text{ skrúfjárn} + 2 \text{ hamrar} + 3 \text{ tommustokkar} + 5 \text{ sagir})$$

Hvað eru þau með mörg verkfæri af hverri gerð fyrir sig?  
**20 skrúfjárn, 10 hamrar, 15 tommustokka, 25 sagir.**

2. Þau eru einnig með 8 pakka af bókum. Í hverjum pakka eru 2 barnabækur, 4 spennusögur og 3 ljóðabækur. Skráðu stæðu líkt og Sturla gerði og reiknaðu út hve margar bækur eru af hverri tegund.

$$8 (2 \text{ barnabækur} + 4 \text{ spennusögur} + 3 \text{ ljóðabækur})$$

3. Að lokum er stór kassi fullur af sælgætispokum. Pokarnir eru af þremur mismunandi gerðum.

Í kassanum eru:

12 pokar af gerðinni A

15 pokar af gerðinni B

16 pokar af gerðinni C



Þau dreifa innihaldi pokanna á borð til að sjá hve mikið sælgæti þau eru með. Reiknaðu út hve mikið þau eru með af hverri tegund af sælgæti.

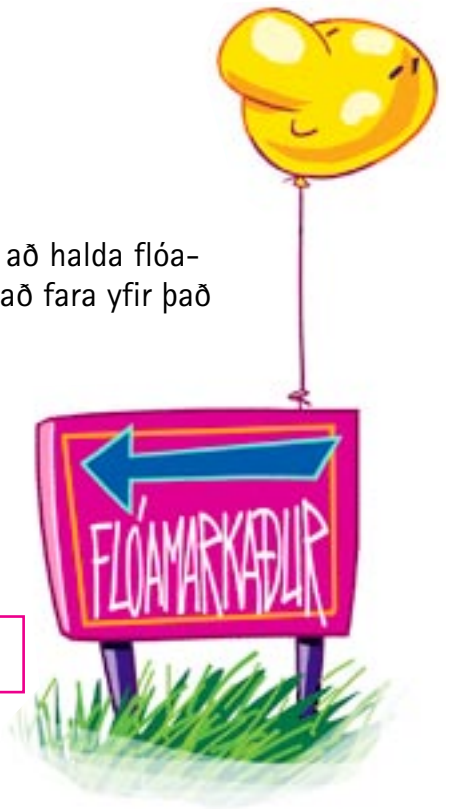
4. Vigdís skráir eftirfarandi:

$$12(6x + 4y + 5a) + 15(4x + 10y + 6b) + 16(10x + 3y + 12c)$$

Hvað er Vigdís að skrá?

Hvað tákna  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $a$ ,  $b$  og  $c$  í stæðunni?

Reiknaðu stæðuna og berðu niðurstöðuna saman við útkomuna úr dæminu hér á undan.



## Stæður 2

1. Reiknaðu.

a.  $2(2x + 3y)$   **$4x + 6y$**

b.  $4(3x + 5)$   **$12x + 20$**

c.  $x(5x + 2)$   **$5x^2 + 2x$**

d.  $6(3x + 2y)$   **$18x + 12y$**

e.  $4(2x + 3y + 6)$   **$8x + 12y + 24$**

f.  $3(2x + x + 5)$   **$9x + 15$**

2. Margfaldaðu inn í svigana og einfaldaðu útkomuna með því að leggja saman líka liði.

a.  $3(3x + 5) + 4(3y + 2x + 3) + 6(2 + 2x + 3y)$   
 **$29x + 30y + 39$**

b.  $2(6x + 4y + 3) + 4(3y + 5x + 5) + 5(6 + 3x + 6y)$   
 **$47x + 50y + 56$**

Mundu  
forgangsröð  
aðgerða.

3. Reiknaðu.

a.  $5 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 + 15$   **$45 + 12 + 15 = 72$**

b.  $3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 - 20$   **$48 + 12 - 20 = 40$**

c.  $12 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 13$   **$27$**

d.  $150 + 2 \cdot 5^3$   **$400$**

e.  $100 - 5 \cdot 8 + 2 \cdot 8^2$   **$188$**

f.  $5 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^2$   **$40 - 18 = 22$**

4. Reiknaðu.

a.  $20 + 3 \cdot 2^3$   **$44$**   
 $20 + (3 \cdot 2)^3$   **$236$**

b.  $20 + 3 + 2^3$   **$31$**   
 $20 + (3 + 2)^3$   **$145$**

c.  $200 - 4 \cdot 3^2$   **$154$**   
 $200 - (4 \cdot 3)^2$   **$56$**

5. a.  $\frac{3 \cdot 5^2 - 12}{7}$   **$9$**

b.  $\frac{68 - 2 \cdot 4^2}{9}$   **$4$**

c.  $\frac{16 - 2^2 + 6}{5}$   **$3,6$**

## Stæður 3

Krakkarnir í 9. bekk Fossaskóla hafa safnað miklu magni af vörum til að selja í fjáröflunarskyndi á flóamarkaði. Undirbúningur fyrir markaðinn er í fullum gangi.

1. Þeir hafa fengið 40 pakka af hlaupkúlum, 120 karamellur og 240 innpakkaða súkkulaðibita. Þetta setja þeir í eins marga poka og hægt er. Allir pokarnir eiga að innihalda sams konar sælgæti. Hve margir geta pokarnir orðið?

**Stærsti samdeilir** **40** **(Notið frumþáttun)**

2. Krakkarnir hafa einnig fengið 54 stílabækur, 36 yddara, 126 blýanta, 108 penna, 90 strokleður og 72 reglustikur. Þessu skipta þeir í eins marga pakka og hægt er. Hve margir verða pakkarnir? **18**

3. Reiknaðu.

a.  $5(x + y + 3)$   **$5x + 5y + 15$**       b.  $x(2x + 3y - 5)$   **$2x^2 + 3xy - 5x$**

4. Finndu það sem vantar í dæmin.

a.  $3(x + 4) = 3x + 12$

d.  $4(5x + 3) = 20x + 12$

b.  $4(5x + 2) = 20x + 8$

e.  $2(4 - 3x) = 8 - 6x$

c.  $2x(3x + 2) = 6x^2 +$

f.  $5(3x - 4) = 15x - 20$

5. Þáttaðu.

a.  $30x + 15 = 5(6x + 3)$

c.  $12x - 6 = 6(2x - 1)$

b.  $x^2 + 3x = x(x + 3)$

d.  $24x + 6y - 12 = 6(4x + y - 2)$

6. Finndu gildi stæðnanna í dæmi 5, ef  $x = 2$ . Þú ræður hvaða tölu  $y$  tákna.

7. Reiknaðu gildi stæðnanna ef  $x = 5$  og  $y = 2$ .

a.  $4(y + 2x - 3)$  **36**

d.  $3(2x - 1)$  **27**

g.  $4y + 8x - 12$  **36**

b.  $2x(2x + 1)$  **110**

e.  $3x + 2x^2$  **65**

h.  $4x^2 + 2x$  **110**

c.  $x(3 + 2x)$  **130**

f.  $6x - 3$  **27**

i.  $2x - 4(x + 1)$  **-14**

8. Fá einhverjar stæður sama gildi? Paraðu þær saman og skoðuðu. Hvers vegna telur þú að þær fái sama gildi?

## Margföldun tveggja liðastærða 1

1. Jóhannes ætlar að margfalda saman tölurnar 240 og 350.  
Hann er ekki með reiknivél og ákveður að margfalda þær saman í áföngum!

$$(200 + 40)(300 + 50) = 60000 + 10000 + 12000 + 2000 = 84000$$

Er þetta rétt útkoma? Skoðaðu aðferð Jóhannesar og prófaðu hana á nokkrum tölum.  
Þú getur búið til fleiri dæmi.

<b>a.</b> $19 \cdot 21$ $(10 + 9)(20 + 1) =$ $200 + 10 + 180 + 9 = 399$	<b>b.</b> $230 \cdot 240$ $(200 + 30)(200 + 40) =$ $40000 + 8000 + 6000 + 1200$ $= 55200$	<b>c.</b> $360 \cdot 120$ $(300 + 60)(100 + 20) =$ $30000 + 6000 + 6000 + 1200$ $= 43200$
---	--	--

2. Jóhannes er að margfalda stæðu eins og þessa:  $(x + 3)(x + 4)$ .  
Hann ákvað að fara sömu leið og þegar hann margfaldaði  $(200 + 40)(300 + 50)$

$$(x + 3)(x + 4) = x^2 + 4x + 3x + 12 = x^2 + 7x + 12$$

Skoðaðu vel aðferð Jóhannesar og margfaldaðu svigana síðan saman.

<b>a.</b> $(x + 2)(x + 3)$ $x^2 + 5x + 6$	<b>c.</b> $(x - 2)(x - 3)$ $x^2 - 5x + 6$
<b>b.</b> $(x + 4)(x + 5)$ $x^2 + 9x + 20$	<b>d.</b> $(x - 4)(x - 5)$ $x^2 - 9x + 20$

3. Margfaldaðu. Skiptir máli í hvaða röð svigarnir eru? **Nei.**

<b>a.</b> $(x + 3)(x + 4)$ $x^2 + 7x + 12$	<b>b.</b> $(x + 5)(x + 3)$ $x^2 + 8x + 15$
$(x + 4)(x + 3)$ $x^2 + 7x + 12$	$(x + 3)(x + 5)$ $x^2 + 8x + 15$

4. Finndu það sem vantar.

<b>a.</b> $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 7x + 10$	<b>c.</b> $(x + 5)(x + 3) = x^2 + 8x + 15$
<b>b.</b> $(x + 3)(x + 4) = x^2 + 7x + 12$	<b>d.</b> $(x + 4)(x + 6) = x^2 + 10x + 24$

5. Búðu til fleiri dæmi og leggðu fyrir bekkjarfélagi þína.

## Margföldun tveggja liðastærða 2

1. Jóhannes veltir fyrir sér margföldun án reiknivélar. Hann er að margfalda saman 29 og 45. Honum dettur í hug að margfalda saman tölur á mismunandi hátt og athuga útkomuna.

$$29 \cdot 45 = (30 - 1)(50 - 5)$$

$$29 \cdot 45 = (30 - 1)(40 + 5)$$

$$(-3) \cdot (-1) = 3$$

og

$$3 \cdot (-1) = -3$$



Færðu sömu útkomu? Athugaðu á reiknivélinni þinni hvort þú hefur fengið rétt svar.

2. Notaðu þessar leiðir til að margfalda tölurnar.

a.  $47 \cdot 28$

$(50 - 3)(30 - 2) = 1316$

b.  $67 \cdot 35$

$(70 - 3)(30 + 5) = 2345$

c.  $22 \cdot 69$

$(20 + 2)(70 - 1) = 1518$

3. Hvað með tölur hærrí en 100? Prófaðu að margfalda saman 121 og 132.

$$121 \cdot 132 = (100 + 20 + 1)(100 + 30 + 2) \quad 10000 + 3000 + 200 + 2000 + 600 + 40 \\ + 100 + 30 + 2 = 15972$$

4. Margfaldaðu svigana saman og einfaldaðu útkomuna.

a.  $(x + 2)(x - 3) = x^2 - x - 6$       c.  $(x + 3)(x - 4) = x^2 - x - 12$

b.  $(x - 5)(x + 4) = x^2 - x - 20$       d.  $(x + 6)(x - 2) = x^2 - 4x - 12$

5. Margfaldaðu svigana saman og einfaldaðu útkomuna.

a.  $(x + 2)(x + 2) = x^2 + 4x + 4$       c.  $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$

b.  $(x - 5)(x - 5) = x^2 - 10x + 25$       d.  $(x + 6)(x - 6) = x^2 - 36$

6. Finndu þær tölur sem vantar í svigana.

a.  $(x + 2)(x + 6) = x^2 + 8x + 12$

c.  $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$

b.  $(x - 2)(x - 6) = x^2 - 8x + 12$

d.  $(x + 5)(x - 3) = x^2 + 2x - 15$

# Jöfnur og gröf 1

1. Finndu jöfnur sem passa við gildistöflurnar.

X	Y
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12

$$y = 3x$$

X	Y
0	2
1	5
2	8
3	11
4	14

$$y = 3x + 2$$

X	Y
0	4
1	5
2	6
3	7
4	8

$$y = x + 4$$

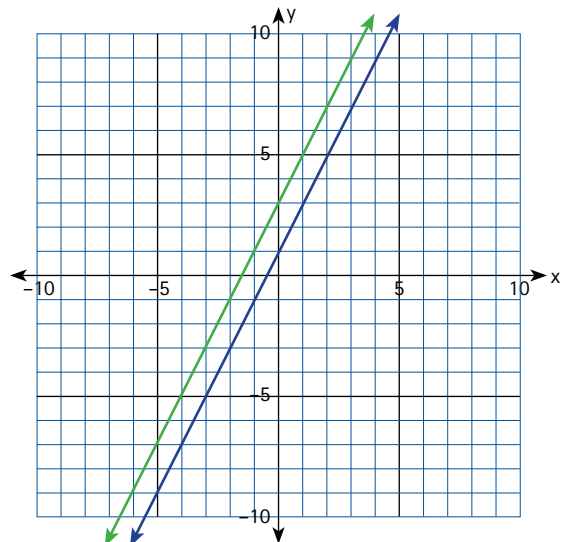
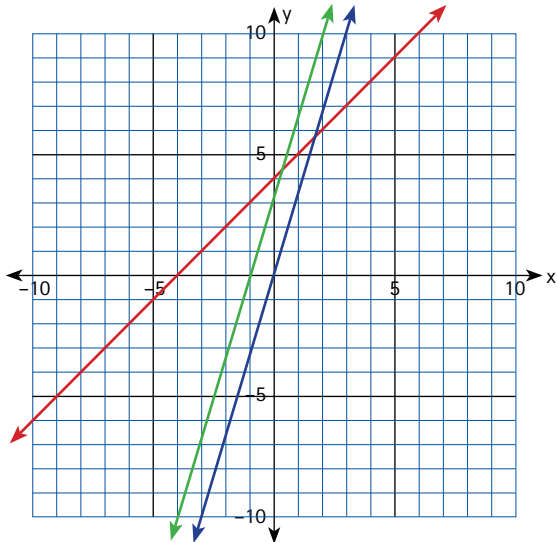
X	0	1	2	3	4
y	1	3	5	7	9

$$y = 2x + 1$$

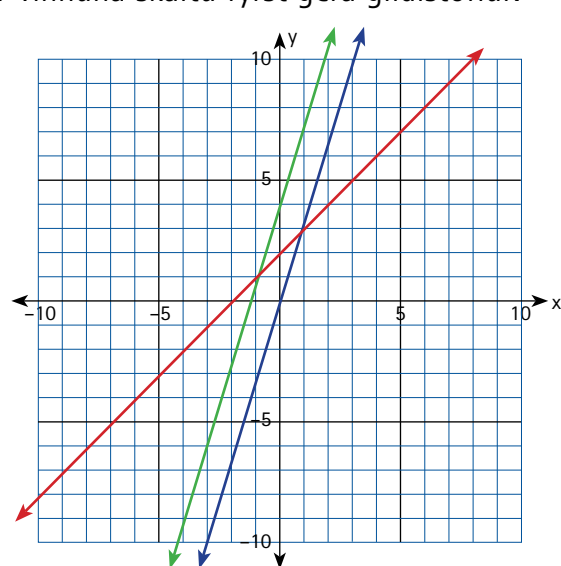
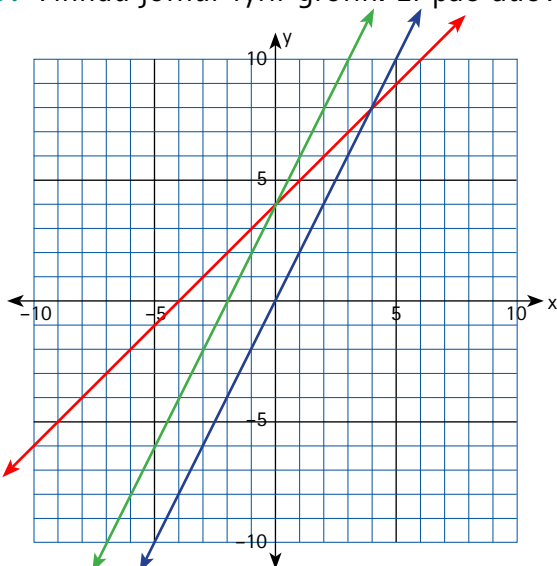
X	0	1	2	3	4
y	3	5	7	9	11

$$y = 2x + 3$$

2. Paraðu saman gildistöflur og gröfin hér fyrir neðan og skráðu jöfnurnar þínar við gröfin.



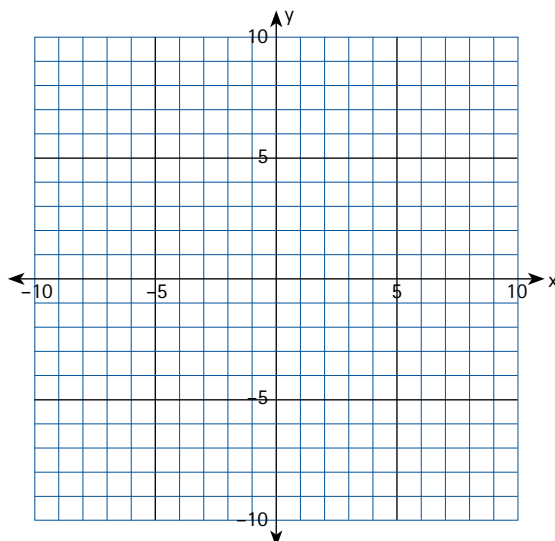
3. Finndu jöfnur fyrir gröfin. Ef það auðveldar vinnuna skaltu fyrst gera gildistöflur.



## Jöfnur og gröf 2

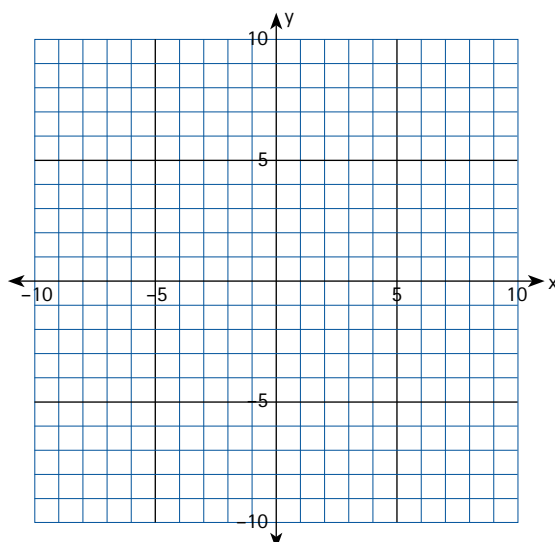
1. Skráðu jöfnu og teiknaðu línu sem lýsir eftirfarandi dæmi. Þegar  $x$  vex um eina einingu vex  $y$  um þrjár einingar. Skurðpunktur línunnar við  $y$ -ás er  $-2$ .

$$y = 3x - 2$$






2. Skráðu jöfnu og teiknaðu línu sem lýsir eftirfarandi dæmi: Þegar  $y$  vex um tvær einingar vex  $x$  um eina einingu. Skurðpunktur línunnar við  $y$ -ás er  $2$ .

$$y = 2x + 2$$

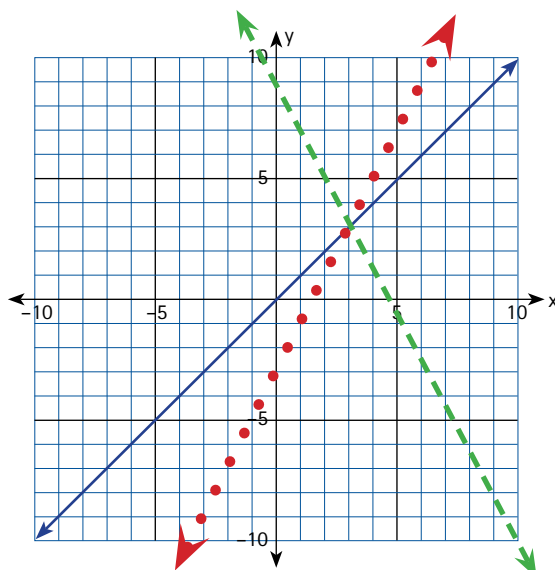


3. Skráðu jöfnur eftirfarandi lína.

- a.   $y = x$   
 b.   $y = -2x + 9$   
 c.   $y = 2x - 3$

Skráðu skurðpunkt línanna.

**(3,3)**





## Stæður og jöfnur

1. Paraðu saman fullyrðingu og stæðu.

a. Ég hugsa mér tölu og bæti 5 við hana.

$$3x + 6y$$

b. Ég hugsa mér tölu, dreg 5 frá henni og tvöfalda útkomuna.

$$4(3x + 6y)$$

c. Foreldrar Nonna, Konna og Stínu gefa þeim peninga fyrir bíóferð einu sinni í viku. Þau fá peninga fyrir bíómiðum og fargjaldi báðar leiðir með strætó.

$$x + 5$$

Hvað er þetta há upphæð á mánuði?

$$2(x - 5)$$

d. Þóra og tvær vinkonur hennar hjálpast að við að bera út blöð. Þær skipta laununum jafnt á milli sín.

$$\frac{x}{3}$$

2. Það eru  $x$  km á milli heimilis Þórhalls og skólans.

Hvað gengur hann marga km á viku?  **$10x$**

En á mánuði? Skráðu stæður.  **$40x$**

3. Þórhallur skoraði þrisvar sinnum fleiri mörk á fótboltamótinu en Jóhann.

Þóra skoraði 4 mörkum fleiri en Jóhann.

Jóhann skorar  $x$  mörk.

Þórhallur:  $3x$

a. Skráðu stæðu fyrir Þórhall og aðra fyrir Þóru. Þóra:  $x + 4$

b. Mörk þeirra Þórhalls, Þóru og Jóhanns eru samtals 24.

Hvað skoraði þá hvert þeirra mörg mörk? Jóhann 4 mörk.

$$x + 3x + (x + 4) = 24$$

$$5x + 4 = 24$$

$$x = 4$$

Þórhallur: 12 mörk

Þóra: 8 mörk

4. Leystu jöfnurnar. Finndu töluna sem hægt er að setja í staðinn fyrir  $x$ .

a.  $4 + \frac{x}{2} = 7$      **$x = 6$**

c.  $10 - \frac{12}{x+2} = 7$      **$x = 2$**

b.  $4 = \frac{24}{x+1}$      **$x = 5$**

d.  $10 = \frac{x}{4} + 6$      **$x = 16$**

5. Leystu jöfnurnar.

a.  $2x + x = 15 + 3$   
 **$x = 6$**

b.  $x - 12 = 11 + 5$   
 **$x = 28$**



## Röð aðgerða – leikur



Í tölvuleik var lokaborðið dálítið sérstakt.

- Fyrst á að sprengja blöðrur sem hver gefur eitt stig.
- Síðan á að fanga karla sem hlaupa um skjáinn.
- Fjöldi karlanna sem eru fangaðir ræður hve stigin fyrir blöðurnar margfaldast oft með sjálfu sér.

**Dæmi: Ari sprengir  blöðrur og fangar  karla.  
Stigin verða þá  $5^3$ .**

1. Reiknaðu stigin fyrir lokaborðið ef Jóna

- a. sprengir 4 blöðrur og nær 1 karli  $4^1 = 4$
- b. sprengir 4 blöðrur og nær 2 körlum  $4^2 = 16$
- c. sprengir 5 blöðrur og nær 3 körlum  $5^3 = 125$

- Til að gera spennuna meiri þarf að ná fleiri stigum úr lokaborðinu en úr öllum borðunum á undan, annars dragast stigin úr lokaborðinu frá! Ef stigin úr lokaborðinu verða fleiri en stigin sem voru komin á undan bætast þau auðvitað við.



2. Heimir var kominn með 300 000 stig. Í lokaborðinu sprengdi hann 5 blöðrur og náði síðan 8 körlum. Skráðu stæðu og reiknaðu stigin.

$$300\,000 + 5^8 = 300\,000 + 390\,625 = 690\,625 \text{ stig.}$$

3. Harpa fékk 260 325 stig áður en hún kom að lokaborðinu, hún sprengdi síðan 5 blöðrur og náði 7 körlum. Skráðu stæðu og reiknaðu stigin.

$$260\,325 + 5^7 = 260\,325 + 78\,125 = 338\,450 \text{ stig.}$$

4. Kjartan komst aðeins upp í 78 450 stig, og sprengdi 3 blöðrur, en hann náði að fanga 15 karla. Skráðu stæðu og reiknaðu stigin.

$$78\,450 + 3^{15} = 78\,450 + 14\,384\,907 = 14\,427\,357 \text{ stig.}$$

# Hlutföll og almenn brot

## Hlutföll

1. Í 9. bekk A í Hellaskóla eru 10 stelpur og 14 strákar. Hvert er hlutfallið milli stelpna og stráka? Skráðu sama hlutfall með eins lágum heilum tölum og hægt er?

**10 : 14**

**5 : 7**

2. Í öllum 9. bekkjum skólans eru samtals 75 nemendur. Stelpur og strákar skiptast í hlutföllunum 7:8. Hvað eru stelpurnar margar? **35 stelpur.**

En strákarnir? **40 strákar.**

3. Í 9. bekk A í Hellaskóla eiga margir nemendur Mp3 spilara. Hlutfallið milli þeirra sem eiga slíkan spilara og þeirra sem eiga hann ekki er 6 : 2. Hve margir nemendur í bekknum eiga Mp3 spilara? **18 nemendur.**

4. Tónlistarsmekkur þeirra sem eiga Mp3 spilarana er misjafn og skiptist í hlutföllunum 2 : 3 : 1 eftir því hvort það er R&B, rokk eða hip hop. Hvað eru margir sem hlusta á hverja tónlistartegund fyrir sig?

**6 R&B, 9 rokk, 3 hip hop.**

5. Könnun var gerð meðal nemenda í 9. bekkjum í Hellaskóla á hvað þeir borðuðu í morgunmat. Hlutföllin skiptust í 3 : 4 : 2 : 6, eftir því hvort þeir borðuðu ristað brauð, morgunkorn, jógúrt eða ekkert.

Hve margir nemendur í árgangnum borðuðu ristað brauð? **15 nemendur.**

En ekkert? **30 nemendur.**

6. Sams konar könnun var lögð fyrir alla nemendur skólans og var niðurstaðan sú sama og í 9. bekk. Ef heildarfjöldi nemenda í skólanum er 705, hvað borðuðu þá margir morgunmat? **423 nemendur.**

En hve margir fara í skólann án þess að borða morgunmat? **282 nemendur.**



## Einslögun

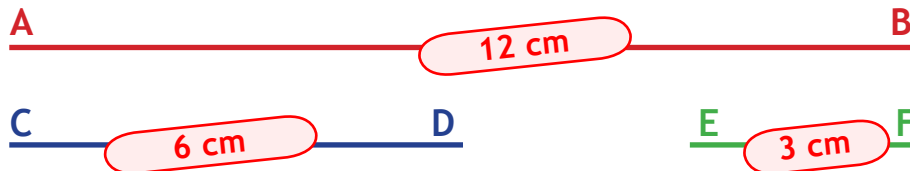
1. Mældu strikin AB, CD og EF. Skráðu hlutföllin milli eftirfarandi strika á tvo mismunandi vegu:

CD : EF **6:3 eða 2:1**

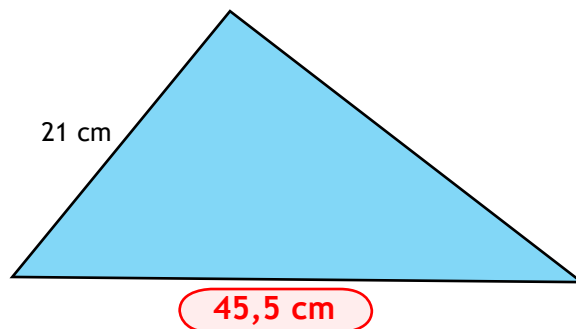
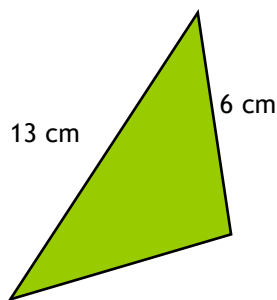
EF : CD **3:6 eða 1:2**

EF : AB **3:12 eða 1:4**

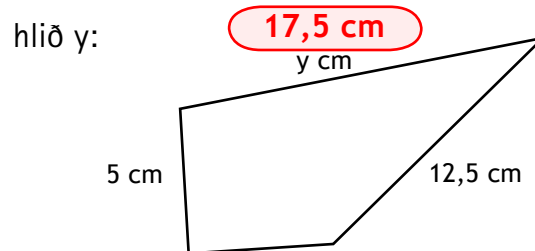
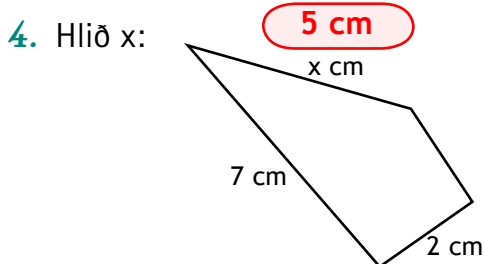
AB : EF **12:3 eða 4:1**



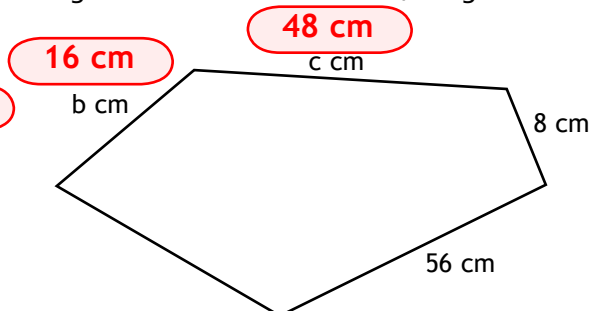
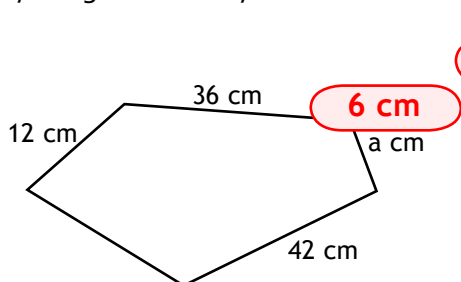
2. Þessir þríhyrningar eru einslaga. Skráðu hvernig þú finnur óþekktu hliðina? Hvað er hún margir sentimetrar?



3. Eftirfarandi ferhyrningar eru einslaga. Finndu hvað hliðar x og y eru langar.



5. Fimmhyrningarnir hér fyrir neðan eru einslaga. Finndu hvað hliðar a, b og c eru langar.



## Hlutföll – verkefni

Í þessu verkefni áttu að mæla herbergið þitt og helstu húsgögnin. Verkefnið getur gagnast þér þegar þú vilt breyta til í herberginu þínu og endurraða húsgögnunum þínum eða kaupa ný.

Skráðu hjá þér lengd og breidd herbergisins. Mældu einnig og skráðu lengd og breidd á rúmi, skrifborði, kömmóðu, skáp, hillu, stól eða annarra húsgagna ef eru.



1. Teiknaðu útlínur á herberginu þínu á A-4 blað og reyndu að nýta blaðið sem allra best. Gott er að nota rúðustríkað blað.
2. Skráðu hjá þér hvaða mælikvarða eða hlutfall þú notar, þ.e. hvað 1 cm á blaðinu jafngildir mörgum cm í raunverulega herberginu þínu.
3. Teiknaðu húsgögnin sem þú mældir, í réttum hlutföllum við herbergisstærðina, inn á myndina.
4. Skráðu hjá þér stærð húsgagnanna eins og þau verða á teikningunni miðað við hlutföllin sem þú notar. Hefðir þú getað deilt með einhverri tölu í raunverulegu mælingarnar á húsgögnunum og fengið út stærðir húsgagnanna á teikningunni?
5. Ef svo er hvaða tölu hefðirðu getað notað og af hverju?
6. Ef þú ætlaðir að teikna allt húsið þitt eða íbúð á A-4 blað hvaða hlutföll eða mælikvarða myndir þú nota?
7. Prófaðu að hanna þína eigin þriggja herbergja íbúð á A-4 blað. Raunstærð íbúðarinnar ætti að vera á bilinu 80–90 fermetrar. Hvaða hlutföll gætir þú notað? Raðaðu svo í hana öllum innréttingum og húsgögnum en mundu að halda hlutföllunum réttum.

**Mismunandi lausnir.**

## Hlutföll í líkamanum

Hafið þið einhvern tímann hugleitt hvort það leynist einhver hlutföll í líkama okkar eða andliti? Hér munið þið kanna á nokkrum bekkjarfélögum ykkar hvort einhver sannleikur sé í því að svo sé. Gott er að vinna tvö og tvö saman.

Faðmur er lengdin milli fremstu fingurgóma beggja arma útréttra beint frá öxlum.

Útbúið töflu og skráið niður verkefnin hér fyrir neðan og reynið að mæla að minnsta kosti 6–10 bekkjarfélaga til að komast að einhverri niðurstöðu.

1. Mælið hæð bekkjarfélaga og faðm hans. Hvað kemur í ljós? **Ætti að vera jafnlangt.**



2. Mælið fjarlægðina frá mjöðmum nokkurra einstaklinga niður á gólf. Berið hana saman við hæð þeirra. Hvað kemur í ljós?  
**Mjaðmirnar ættu að vera í miðri hæð einstaklings.**

3. Athugið hvort fjarlægðin frá innanverðum olnboga fram að úlnlið sé jöfn lengd fótar (mælt undir ilina). Haldið þið að þetta sé alltaf svona? Mælið nokkra bekkjarfélaga og skoðið niðurstöðurnar.

**Fóturinn á að spanna bilið milli innanverðs olnboga að úlnlið.**

4. Getur verið að axlarbreidd sé jafnbreidd og þrisvar sinnum breidd höfuðs? Kannið það?  
**Já.**

5. Mælið lengd höfuðs á bekkjarfélögum ykkar (þ.e. frá höku og upp, horft beint framan á andlitið). Mælið síðan hvar augun eru staðsett frá höku. Eru þau fyrir ofan miðju, í miðjunni eða fyrir neðan mitt andlitið?

**Augun ættu að vera nákvæmlega í miðjunni.**

6. Mælið nú lengd augna og skráið. Mælið því næst bilið milli augnanna (frá augnkrók í augnkrók). Hvað kemur í ljós? **Lengd augna ætti að vera jafnlöng og bilið á milli þeirra.**

Hér hafið þið skoðað ýmsar mælingar á líkamanum eða í andlitinu og væntanlega hafið þið uppgötvað margt skemmtilegt. Berið saman niðurstöður ykkar. Voru þær svipaðar hjá öllum hópunum? Koma þær ykkur á óvart?

Þetta er aðeins brot af þeim hlutföllum sem leynast í líkama mannsins.

Athugið hvort þið getið fundið fleiri!

## Hluti af heild 1

1. Teiknaðu rétthyrning á rúðustrikaðan pappír sem er  $4 \cdot 5$  rúður.

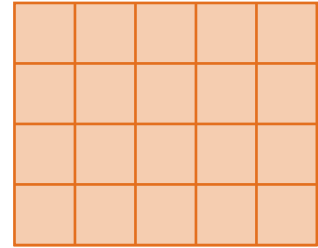
a. Hve stór hluti af rétthyrningnum eru 3 rúður?  $\frac{3}{20}$

b. Hve margar rúður samsvara  $\frac{2}{5}$ ? **8 rúður.**

c. Hve margar rúður samsvara  $\frac{3}{5}$  og  $\frac{3}{10}$ ? **12 og 6 = 18 rúður.**

d. Leggðu saman  $\frac{1}{4}$  og  $\frac{2}{5}$ .  $\frac{13}{20}$

e. Dragðu  $\frac{3}{5}$  frá heildinni.  $\frac{2}{5}$



2. Krakkarnir í 5. bekk áttu samtals fimm MP3 spilara, fjóra i-poda og þrjú geislaspilara

a. Hve stór hluti tækjanna eru MP3 spilarar?  $\frac{5}{12}$

b. Hve stór hluti tækjanna eru i-podar og geislaspilalar?  $\frac{7}{12}$

c. Skiptu tækjunum í tvennt. Hvernig er samsetningin?

**Mörg svör koma til greina, t.d. 3 MP3 + 2 ipod + 1 geislaspilari**

3. Hafdís, Jón og Ásgeir eru systkini.

a. Hafdís er 20 ára og er aldur Jóns  $\frac{4}{5}$  af aldri Hafdísar. Hve gamall er Jón? **16 ára.**

b. Aldur Ásgeirs er  $\frac{3}{4}$  af aldri Jóns. Hve gamall er hann? **12 ára.**

4. Hafdís og Jón keyptu happdrættismiða. Hafdís borgaði  $\frac{3}{5}$  af miðaverðinu og Jón afganginn sem var 400 krónur.

a. Hvað kostaði miðinn? **1000 krónur.**

b. Þau hljóta 15 000 króna vinning á miðann. Hvernig á að skipta vinningnum?

Hver er hlutur Hafdísar? En Jóns? **Hafdís fær 9000 krónur.**

**Jón fær 6000 krónur.**

5. Reiknaðu:

a.  $\frac{2}{3}$  af 42 kr. **28**

c.  $\frac{5}{8}$  af 400 kr. **250**

b.  $\frac{3}{5}$  af 45 kr. **27**

d.  $\frac{6}{7}$  af 14 000 kr. **12000**

6. Hafdís, Jón og Ásgeir mála saman sumarbústað. Hafdís vann  $\frac{3}{7}$  af vinnuni, Jón  $\frac{2}{5}$  og Ásgeir það sem eftir var.

a. Hve stóran hluta vann Ásgeir?  $\frac{6}{35}$

b. Þau fá 280 000 kr fyrir vinnuna. Hvernig eiga þau að skipta peningunum? **Hafdís fær 120 000 kr.**

c. Hver er hlutur Jóns? **112 000 krónur.**

d. En Ásgeirs? **48 000 krónur.**

## Hluti af heild 2

1. Í skóla Ásgeirs eru 540 nemendur.  $\frac{5}{9}$  þeirra fór á unglíngamynd sem sýnd var í kvikmyndahúsi rétt hjá skólanum.
- a. Hve margir sáu myndina? **300 nemendur.**
  - b. Á sýningunni voru 320 áhorfendur. Hve margir voru ekki í skólanum? **20**
  - c. Hve stór hluti er það?  $\frac{20}{320} = \frac{1}{16}$

2. Ásgeir og þrjú vinir hans kaupa saman „bland í poka“. Í pokanum eru 48 molar sem þeir skipta jafnt á milli sín. Hve marga mola fær hver og einn? **16**

3.  $\frac{1}{7}$  hluti gesta í kvikmyndahúsinu drekkur appelsín og  $\frac{1}{3}$  drekkur sódavatn. Hinir drekka kóladyrki.

a. Hve stór hluti gestanna drekkur kóladyrki?  **$\frac{11}{21}$**

b. Á sýningunni eru seldir 168 lítrar af gosi.

Hve margir lítrar eru kóladyrki? **88 lítrar.**

c. En sódavatn? **56 lítrar.**

d. Hve margir lítrar eru seldir af appelsíni? **24 lítrar.**



4. Finndu hvað

a.  $\frac{1}{5}$  hluti úr klst. eru margar mínútur **12 mín.**

b.  $\frac{7}{12}$  úr klst. eru margar mínútur **35 mín.**

c.  $\frac{5}{6}$  úr klst. eru margar mínútur **50 mín.**

5. Finndu hvað

a. 3 mínútur eru stór hluti af klukkustund  **$\frac{1}{20}$  hluti.**

b. 24 mínútur eru stór hluti af klukkustund  **$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$**

c. 45 mínútur eru stór hluti af klukkustund  **$\frac{3}{4}$  hluti.**

d. 36 mínútur eru stór hluti af klukkustund  **$\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$**

6. Finndu hvað

a.  $\frac{4}{10}$  hlutar úr ári eru margir dagar **146 dagar.** c.  $\frac{3}{15}$  hlutar úr ári eru margir dagar **73 dagar.**

b.  $\frac{3}{5}$  hlutar úr ári eru margir dagar **219 dagar.**

7. Finndu hve stór hluti af ári eru:

a. 15 dagar  **$\frac{3}{73}$**

b. 95 dagar  **$\frac{19}{73}$**

c. 210 dagar  **$\frac{42}{73}$**

d. 300 dagar  **$\frac{60}{73}$**



## Samlagning og frádráttur brota

1. Skrifaðu tvö ólík brot sem hafa ekki sama nefnara en hafa summuna **Mörg möguleg svör.**

a.  $\frac{7}{9}$  t.d.  $\frac{2}{18} + \frac{2}{9}$

b.  $\frac{4}{7}$  t.d.  $\frac{3}{21} + \frac{6}{14}$

2. Skrifaðu tvö ólík brot sem hafa mismuninn

a.  $\frac{3}{5}$  t.d.  $\frac{18}{10} - \frac{6}{5}$

b.  $\frac{2}{9}$  t.d.  $\frac{8}{18} - \frac{2}{9}$

3. Finndu summuna.

a.  $\frac{1}{2} + \frac{3}{7} = \frac{13}{14}$

b.  $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{6} = 1\frac{1}{10}$

c.  $\frac{2}{5} + \frac{5}{6} + \frac{3}{10} = 1\frac{8}{15}$

4. Finndu mismuninn.

a.  $\frac{1}{2} - \frac{3}{7} = \frac{1}{14}$

b.  $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

c.  $\frac{5}{6} - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} = \frac{1}{3}$

5. Reiknaðu.

a.  $\frac{2}{5} - \frac{1}{9} = \frac{13}{45}$

b.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{13}{20} = 1\frac{7}{20}$

c.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{29}{36}$

6. Reiknaðu.

a.  $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} - \frac{3}{10} = \frac{4}{15}$

b.  $1,5 - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

c.  $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - 0,75 = \frac{31}{60}$

7. Skrifaðu töluna

a.  $\frac{10}{9}$  sem blandað brot  $1\frac{1}{9}$

b. 1,36 sem blandað brot  $1\frac{9}{25}$

c.  $4\frac{1}{8}$  sem brot  $\frac{33}{8}$

8. Jón ætlar að ganga Laugavegin. Fyrsta daginn gengur hann þriðjung leiðarinnar. Annan daginn gengur hann 50% af leiðinni.

a. Hvað þarf hann að ganga stóran hluta leiðarinnar seinasta daginn?  $\frac{1}{6}$

b. Ef leiðin er 48 km, hvað eru dagleiðirnar margir km?

1. dagur 16 km      2. dagur 24 km      3. dagur 8 km

9. Af launum Hafðísar fer  $\frac{1}{3}$  í skatt, 20% í mat og  $\frac{1}{4}$  í leigu.

a. Hve stóran hluta af laununum getur hún notað í annað?  $\frac{13}{60}$

b. Ef hún fær 300 000 kr. í mánaðarlaun hvað þarf hún þá að borga í mat? **60 000 krónur.**

c. Hún kaupir sér flugfargjald til New York og heim aftur.

Hún borgar fyrir það  $\frac{1}{6}$  hluta launanna. Hvað þarf hún að greiða fyrir fargjaldið?

**50 000 krónur.**

Þegar brot eru lögð saman eða dregin hvort frá öðru þarf fyrst að finna samnefnara. Þegar lagt er saman getur útkoman orðið brot stærra en 1. Slík brot eru skrifuð sem almenn brot, tugabrot eða blönduð tala.

## Margföldun og deiling

1. Margfeldi tveggja talna er 1. Finndu aðra töluna ef hin er

a.  $8 \cdot \frac{1}{8}$       b.  $\frac{1}{9} \cdot 9$       c.  $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2}$       d.  $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7}$

2. Reiknaðu.

a.  $4 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2}$       b.  $\frac{2}{3} \cdot 9$       c.  $5 \cdot \frac{4}{15}$       d.  $\frac{3}{8} \cdot 4$

3. Finndu það brot sem er helmingur af

a.  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8}$       b.  $\frac{6}{9} \cdot \frac{1}{3}$       c.  $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{9}$       d.  $5 \cdot 2\frac{1}{2}$

4. Finndu það brot sem er þriðjungur af

a.  $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{27}$       b.  $\frac{6}{21} \cdot \frac{2}{21}$       c.  $\frac{3}{12} \cdot \frac{1}{12}$       d.  $15 \cdot 5$

5. Gefin er talan  $\frac{36}{24}$ . Finndu

a. helming tölunnar  $\frac{3}{4}$       b. þriðjung tölunnar  $\frac{1}{2}$       c. fjórðung tölunnar  $\frac{3}{8}$

6. Reiknaðu.

a.  $\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$       b.  $\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{4}$       c.  $\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{2}$       d.  $4\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$

7. Reiknaðu.

a.  $\frac{1}{2} : 3$       b.  $\frac{4}{9} : 8$       c.  $\frac{3}{8} : 9$       d.  $\frac{5}{12} : 2$

8. Ásgeir skiptir  $\frac{4}{5}$  kg af kartöflum. Hvað er hver skammtur þungur ef fjöldi skammta er

a. 4      b. 5      c. 8      d. 25  
200 g      160 g      100 g      32 g

9. Hafdís býr til 12 lítra af ávaxtasafa. Hve margar flöskur þarf hún að nota ef hver flaska tekur

a.  $\frac{3}{5}$  lítra      b.  $\frac{3}{4}$  lítra      c.  $\frac{2}{3}$  lítra  
20 flöskur      16 flöskur      18 flöskur

10. Hafdís hellir ávaxtasafa á flösku sem tekur  $\frac{3}{5}$  lítra. Hún fyllir flöskuna að  $\frac{2}{3}$  með safanum. Hvað eru margir desílítrar af safu í flöskunni? 4 dl

11. Verðmæti fartölvu minnkar um  $\frac{1}{5}$  á ári. Hafdís kaupir sér fartölvu sem kostar 120 000 kr. Hvert verður verðmæti fartölvunnar:

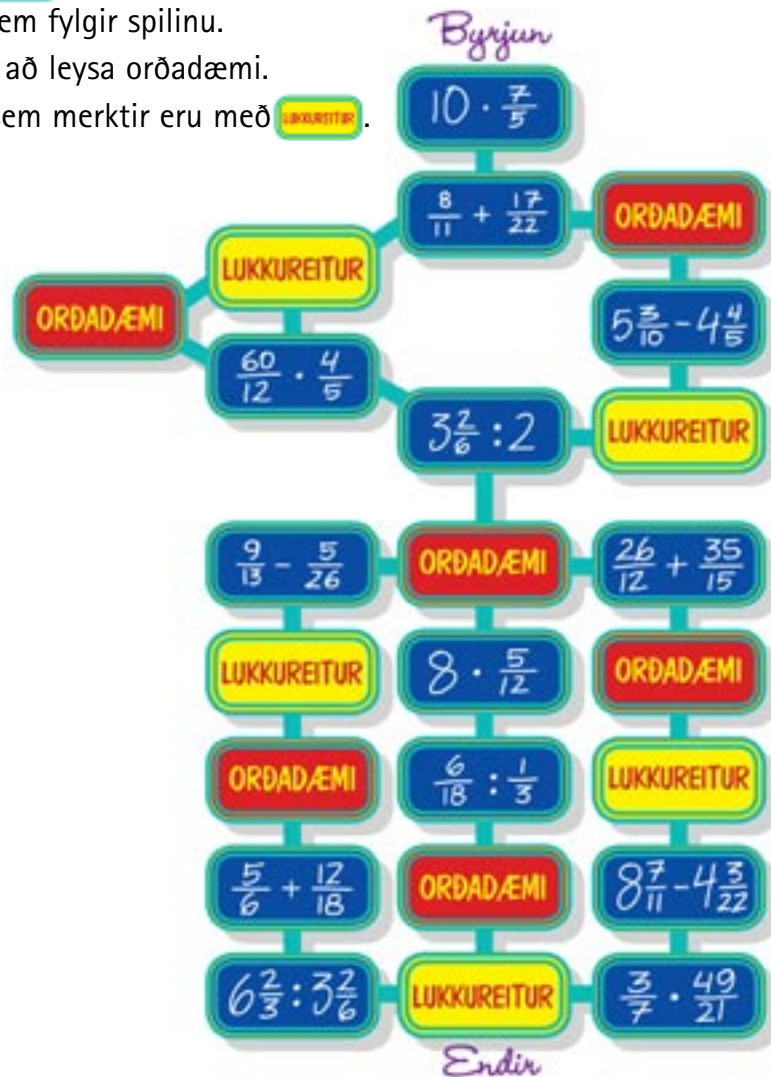
a. Eftir 3 ár? 61 440 kr.  
b. Eftir hvað mörg ár er verðgildi fartölvunnar minna en 40 000 kr? Eftir 5 ár.

## Brotaspil

Spilið er fyrir 2–4 nemendur.

### Spilareglur

- Í spilinum þarf að nota tening og peð.
- Í flesta reiti eru skráð brot sem þarf að reikna.
- Reitir sem eru merktir **ORDADÆMI** eru orðadæmi sem finna má á spjaldi sem fylgir spilinum.
- Nemendur fá 5 stig fyrir að leysa orðadæmi.
- Einnig eru 5 lukkureitir sem merktir eru með **LUKKUREITUR**.

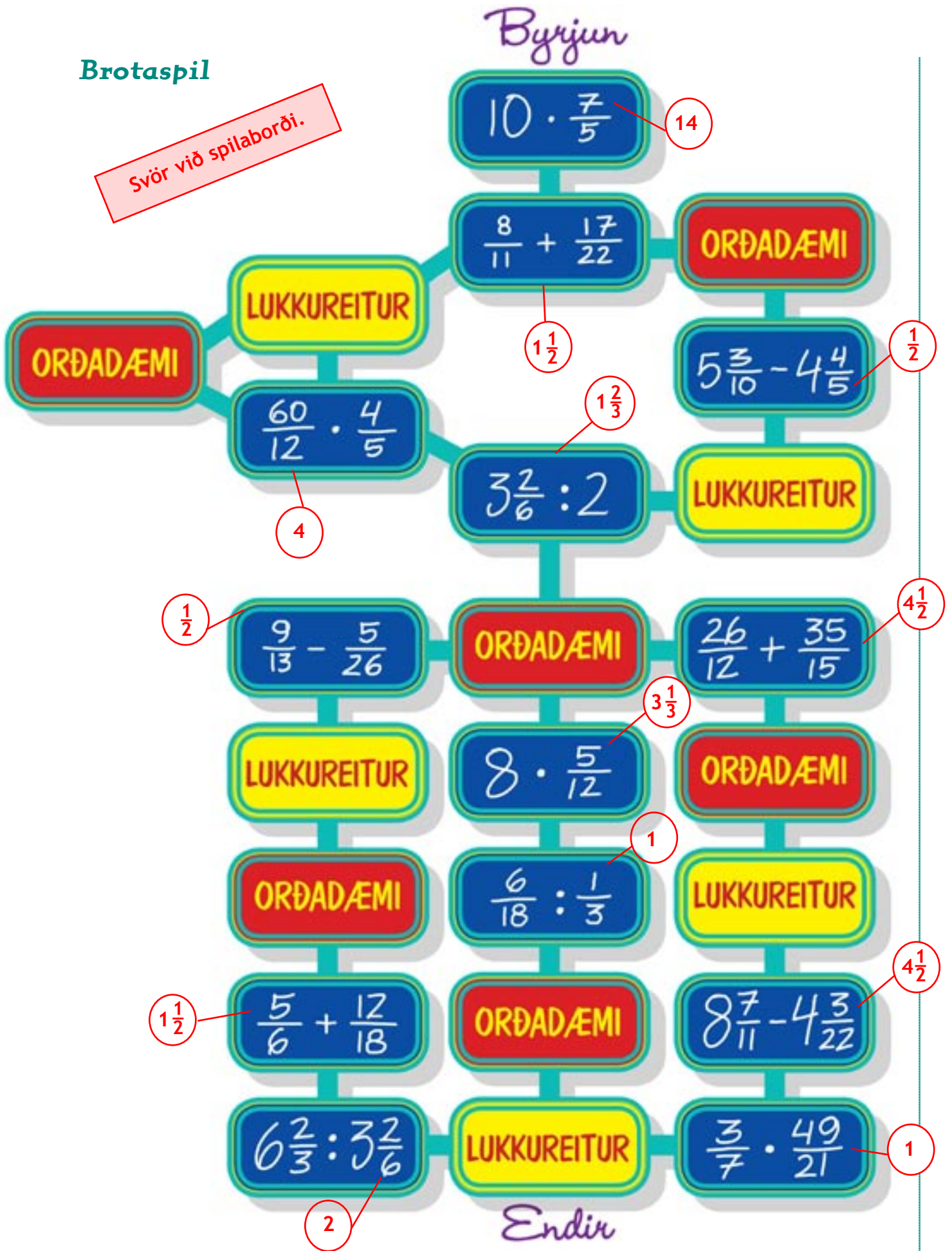


Nemendur skiptast á að kasta teningi og færa peð eftir spilaborðinu. Í hvert sinn sem þeir lenda á reit þurfa þeir að reikna hve mörg stig reiturinn gefur. Sú tala sem kemur upp í hverju teningskasti er fjöldi reita sem færa má eftir á spilaborðinu. Nemendur ráða hvernig þeir færa sig eftir spilaborðinu. Þegar sá fyrsti kemur á lokareit reikna þeir saman stigin.

Sá vinnur leikinn sem fær flest stig.

# Brotaspil

Svör við spilaborði.



# LUKKUREITUR

Mismunandi  
svör.



LUKKUREITUR

Færðu þig aftur  
um þrjá reiti.

LUKKUREITUR

Þú mátt fara á reit  
að eigin vali.

LUKKUREITUR

Fjórfaðaðu töluna  
sem þú fékkst  
í síðasta kasti.

LUKKUREITUR

Þú missir þriðjung  
af því stigi  
sem þú vannst  
í síðasta kasti.

LUKKUREITUR

Deildu tölunni sem  
þú fékkst í síðasta kasti  
með þrem.

LUKKUREITUR

Færðu þig  
um þrjá reiti.

LUKKUREITUR

Þessi miði gefur þér  
 $\frac{4}{4}$  og  $\frac{3}{6}$  stig.

LUKKUREITUR

Margfaðaðu töluna  
sem þú fékkst  
í síðasta kasti með  $\frac{8}{5}$ .

LUKKUREITUR

Þú þarft að fara  
á upphafsreit.

LUKKUREITUR

Farðu á næsta  
svona reit  
og leystu orðadæmi.

# ORDADÆMI



$\frac{1}{6}$

ORDADÆMI

Óli skiptir  $\frac{5}{6}$  appelsínnum milli 30 nemenda. Hvað fær hver nemandi stóran hluta?

ORDADÆMI

$\frac{3}{4}$  bolli af sykri samsvarar 12 teskeiðum. Hve margar teskeiðar af sykri eru þá í 3 bollum?

48 tsk.

125 g

ORDADÆMI

Bára skiptir  $\frac{3}{4}$  kg af jarðarberjum í jafnstóra poka. Ef pokarnir eru 6 hve þungur er þá hver poki?

ORDADÆMI

Brot nokkurt verður  $\frac{1}{2}$  ef einum er bætt við nefnara þess, en  $\frac{1}{5}$  ef tveir eru dregnir frá teljara þess. Hvert er brotið?

$\frac{3}{5}$

$\frac{1}{24}$

ORDADÆMI

Finndu það brot sem er þriðjungur af  $\frac{1}{8}$ .

ORDADÆMI

Með hvaða tölu þarf að lengja  $\frac{2}{7}$  þannig að nefnarinn verði 56?

8

$\frac{2}{5}$

ORDADÆMI

Hvað eru 48 krónur stór hluti af 120 krónum?

ORDADÆMI

Finndu brot á milli  $\frac{4}{7}$  og  $\frac{5}{8}$ .

t.d.  $\frac{3}{5}$

1020 kr.

ORDADÆMI

Sigga og Ragna ætla að kaupa gjöf fyrir 2550 krónur. Sigga ætlar að borga  $\frac{2}{3}$  af því sem Ragna borgar. Hvað á Sigga að borga?

ORDADÆMI

Hvaða tölu þarf að bæta við brotið  $\frac{3}{7}$  til að fá summuna  $\frac{11}{14}$ ?

$\frac{5}{14}$



# ORDADÆMI



ORDADÆMI

ORDADÆMI

2,5 dl ( $\frac{1}{4}$  lítri)

$\frac{4}{9}$

Hvert er meðaltal brotanna  $\frac{1}{3}$  og  $\frac{5}{9}$ ?

Viðar ætlar að skipta 1 og  $\frac{3}{4}$  lítrum af gosi jafnt í 7 glös. Hve margir dl verða í hverju glasi?

ORDADÆMI

ORDADÆMI

1

Gefið er brotið  $\frac{1}{3}$ . Hver verður útkoman ef því er deilt með  $\frac{1}{3}$ ?

ORDADÆMI

ORDADÆMI

$\frac{1}{9}$

Gefið er brotið  $\frac{1}{3}$ . Hver verður útkoman ef það er margfaldað með  $\frac{1}{3}$ ?

ORDADÆMI

ORDADÆMI

1

Gefið er brotið  $\frac{1}{3}$ . Hver verður útkoman ef það er margfaldað með 3?

ORDADÆMI

ORDADÆMI

$\frac{1}{9}$

Gefið er brotið  $\frac{1}{3}$ . Hver verður útkoman ef því er deilt með 3?



## Mengi og fjöldi staka 1

1. Í Gljúfraskóla eru 72 nemendur í 9. bekk. Val þeirra á haustönn skiptist í eftirfarandi greinar:

27 nemendur völdu heimilisfræði, 27 völdu tölvufræði, 27 völdu útivist.

Þar af völdu 7 nemendur bæði heimilisfræði og tölvufræði, 4 nemendur bæði tölvufræði og útivist, 3 nemendur bæði útivist og heimilisfræði og 1 nemandi valdi að stunda nám í öllum greinunum þremur. Einhverjir nemendur völdu aðrar námsgreinar sem ekki voru kenndar í skólanum.

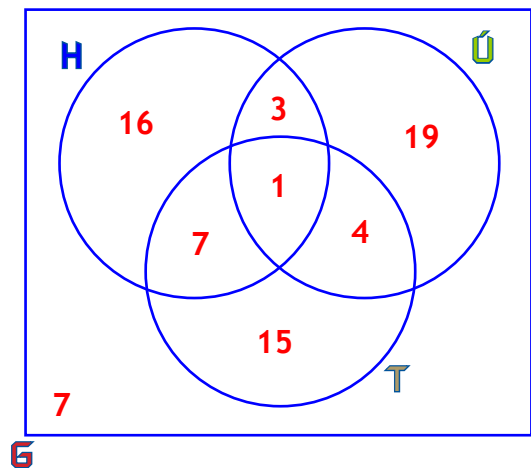
Teiknaðu mengjamynd sem sýnir val nemenda og skráðu fjölda þeirra nemenda sem völdu hverja námsgrein.

**G** er grunnmengið þ.e. allir nemendur í 9. bekk.

**H** táknar mengi þeirra sem völdu heimilisfræði.

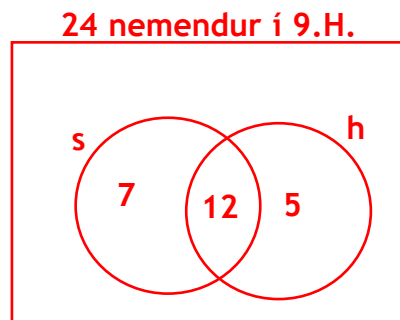
**T** táknar mengi þeirra sem völdu tölvufræði.

**Ú** táknar mengi þeirra sem völdu útivist.



- Hve margir nemendur völdu eingöngu heimilisfræði? **16**
- Hve margir nemendur völdu aðrar námsgreinar? **7**
- Hve margir nemendur völdu eingöngu útivist? **19**
- Hve mörg stök eru í menginu  $H \cap Ú \cap T$ ? **1**
- En í menginu  $T \cap H$ ? **8**
- Búðu til fleiri spurningar og fáðu bekkjarfélaga til að svara þeim.

2. Allir nemendur í 9. H í Gljúfraskóla æfa sund eða handbolta. 12 nemendur æfa hvoru tveggja, 19 æfa sund og 17 æfa handbolta. Hve margir eru í bekknum? Teiknaðu mengjamynd.



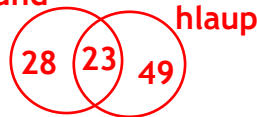


## Mengi og fjöldi staka 2

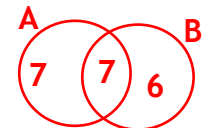
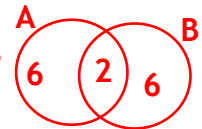
1. Í 9. B í Gljúfraskóla eru 28 nemendur. Þeir velja sér valgreinar fyrir 10. bekk og einhverjir nemendur velja bæði útivist og spænsku, 10 þeirra velja útivist, 8 velja spænsku en 13 nemendur velja aðrar valgreinar.
- Teiknaðu mengjamynd af þátttöku nemenda.
  - Hve margir þeirra ætla bæði í útivist og spænsku? **3 nemendur**



2. Í unglíngadeild í Gljúfraskóla er verið að skipuleggja íþróttamót í sundi og hlaupi. Samtals hafa 100 nemendur skráð sig á mótið. 51 nemandi hefur valið að taka þátt í sundkeppni og 72 í hlaupi. Hve margir nemendur ætla að taka þátt í báðum greinum? **23 nemendur**
- Teiknaðu mengjamynd.

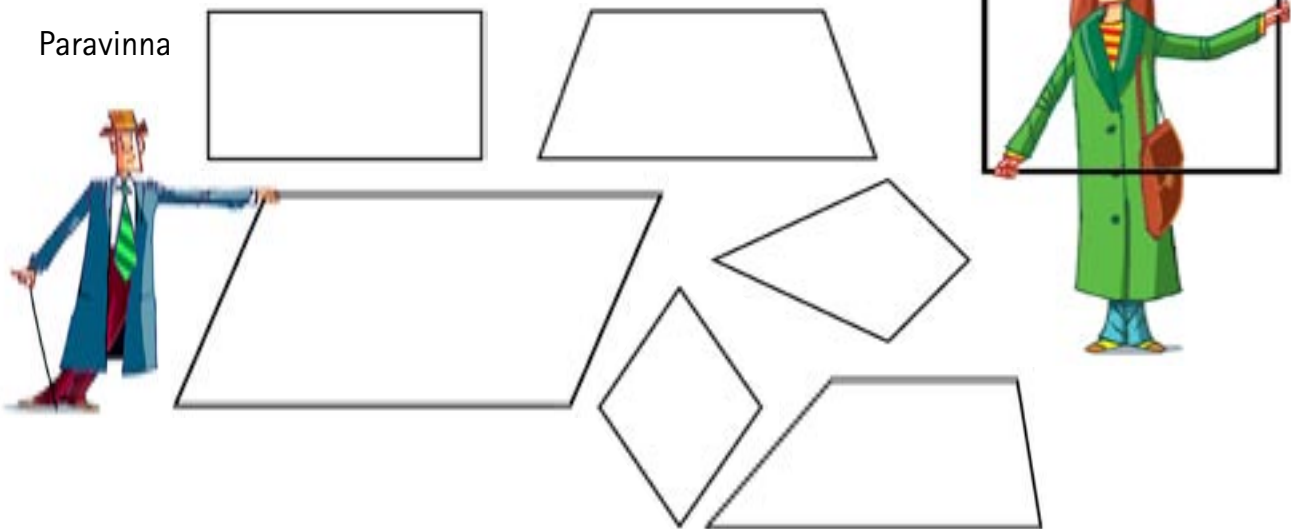


3. Finndu fjölda staka og teiknaðu mengjamyndir.
- Finndu fjölda staka í menginu B ef fjöldi staka í  $(A \cup B)$  er 14, fjöldi staka í menginu A er 8 og fjöldi staka í  $(A \cap B)$  er 2.
  - Finndu fjölda staka í  $(A \cap B)$  ef fjöldi staka í menginu B er 13, fjöldi staka í menginu A er 14 og fjöldi staka í  $(A \cup B)$  er 20.
- fjöldi staka í B er 8
- fjöldi staka í  $(A \cap B)$  er 7



4. Í spílatokk eru 52 spíl, þar af eru mannspílin tólf og hefur hver spílastokk þrettán spíl. G táknar grunnmengið, þ.e. spílastokkinn. M táknar mannspíl, H táknar hjarta, S táknar spaða, T táknar tígul og L táknar lauf.
- Teiknaðu mengjamynd og skráðu fjölda staka í  $L \cup M$ .  
22 **10 3 9**
  - Teiknaðu mengjamynd og skráðu fjölda staka í  $T \cap M$ .  
**3**
  - Hve mörg stök eru í menginu  $S \cup H \cup M$ ? **32 spíl**
  - Hve mörg stök eru í menginu  $S \cap H \cap M$ ? **engin stök**

## Skilgreiningar á formum 1

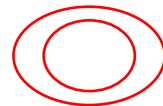
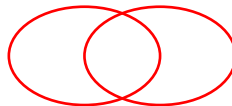


Það væri erfitt að vinna með form ef þau hefðu engin nöfn eða ef við værum ekki sammála um hvað þau væru kölluð. Hér eru nokkur hugtök sem hafa verið notuð fyrir ferhyrninga.

### ferningur, samsíðungur, tígull, dreki, ferhyrningur, trapisa og rétthyrningur

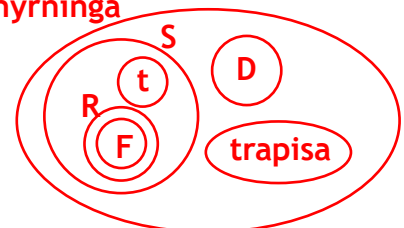
1. Ræðið saman um hvað hugtökin þýða. Þegar þið eruð orðin sammála skráið þið inn á myndirnar hugtök sem passa við þær. Skráið niður rökstuðning fyrir vali á nöfnum á formin.
2. Getur verið að sum hugtökin passi við fleiri en eina mynd? Hvaða hugtök og hvers vegna? Skráið niður vangaveltur ykkar.

Hafið þið séð svona mengjamyndir?



3. Búið til mengjamynd fyrir hugtökin: Feringar, rétthyrningar, tíglar, drekar, ferhyrningar, samsíðungar og trapisar.
4. Komið ykkur saman um lýsingu á hverju formi hér fyrir ofan. Lýsingin verður að vera nákvæm.

ferhyrninga



## Skilgreiningar á formum 2

Lýsing	Hugtök	Myndir
Hefur fjögur horn.	Ferhyrningar, dreki, samsíðungur, tígull, rétt-hyrningur, ferhyrningur, tarpisa.	
Hefur fjögur horn og mótlægar hliðar eru samsíða.	Ferhyrningur, rétthyrningur, ferningur, tígull, samsíðungur	
Hefur fjögur horn, mótlægar hliðar eru samsíða og allar hliðar eru jafnlangar.	Ferhyrningur, ferningur, tígull.	
Hefur fjögur horn, mótlægar hliðar samsíða og hornin eru 90°.	Ferhyrningur, rétthyrningur, ferningur.	
Hefur fjögur horn, mótlægar hliðar eru samsíða, hornin eru 90° og allar hliðar jafn langar.	Ferhyrningur, ferningur.	
Hefur fjögur horn og að minnsta kosti tvær mótlægar hliðar samsíða.	Ferhyrningar, rétthyrningur, tígull, ferningur, tarpisa.	
Hefur fjögur horn, engar hliðar samsíða, en tvær og tvær hliðar jafn langar.	Ferhyrningar, dreki.	

Skrifaðu þar sem við á í hugtakadálkinn. Ferningur, samsíðungur, tígull, dreki, ferhyrningur, trapisa og rétthyrningur. Teiknaðu myndir sem passa við lýsinguna.

2. Er það rétt að segja að allir ferningar séu rétthyrningar? **Já**

Er það rétt að segja að allir rétthyrningar séu ferningar? **Nei**

Rökstyddu svörin. Þú getur notað skilgreiningarnar hér að ofan og komið með dæmi sem þú teiknar.

Búðu til fleiri fullyrðingar um formin og skráðu hvort þær eru réttar eða rangar og hvers vegna.

## Leitin að tölunni

### Hver er talan?

Talan er lægri en 100.  
Þversumman er 8.  
5 gengur upp í töluna.  
**Talan er 35**

### Hver er talan?

Talan er lægri en 100.  
Þversumma tölunnar er 12.  
Talan er slétt tala.  
Rót tölunnar er lægri en 7.



### Hver er talan?

Talan er slétt tala.  
Talan hefur 3 mismunandi tölustafi.  
Þversumma tölunnar er 9.  
Rót tölunnar er hærri en 22.  
Rót tölunnar er lægri en 25.  
Talan er deilanleg með fjórum.  
**Talan er 504**

### Hver er talan?

Talan er frumtala.  
Talan er hærri en 100.  
Rót tölunnar er lægri en 11.  
Þversumma tölunnar er 2.  
**Talan er 101**

## Jarðarberin – gömul grísk þraut

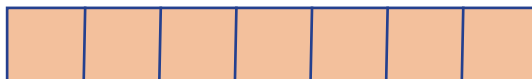
Anna, Birna, Davíð, Elías, Fríður og Gunnar skiptu með sér fullri skál af ferskum jarðarberjum. Anna fékk  $\frac{1}{3}$  berjanna, Birna  $\frac{1}{8}$ , Davíð  $\frac{1}{4}$  og Elías  $\frac{1}{5}$  af berjunum. Fríður fékk 10 jarðarber en Gunnar aðeins eitt.  
Hve mörg voru jarðarberin upphaflega í skálinni? **120**



## Þrír í röð



Þið þurfið blað og blýant. Teiknið rúður eins og hér fyrir neðan. Þið ráðið hvað þið hafið rúðurnar margar. Krossið til skiptis í rúðurnar. Sá sem setur niður kross þannig að það verða 3 krossar í röð tapar!



Prófið að finna út örugga leið til að vinna. Vinnur alltaf sá sem byrjar? Skoðið hvort það breytir einhverju hvort fjöldi rúðanna er slétt tala eða oddatala.

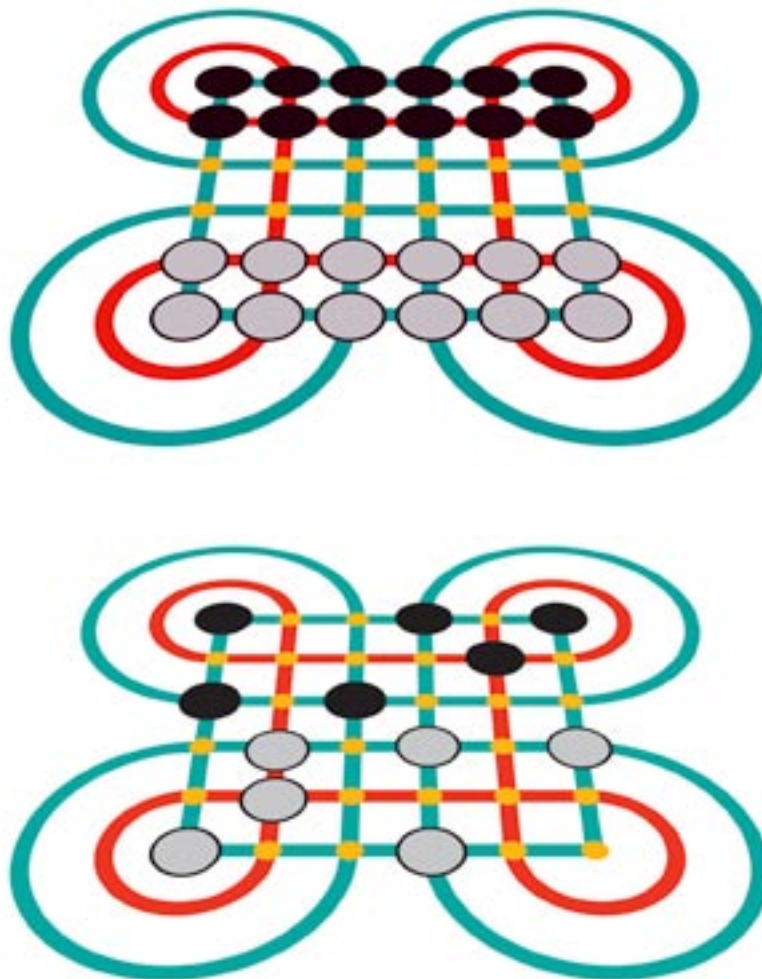
## Leikir

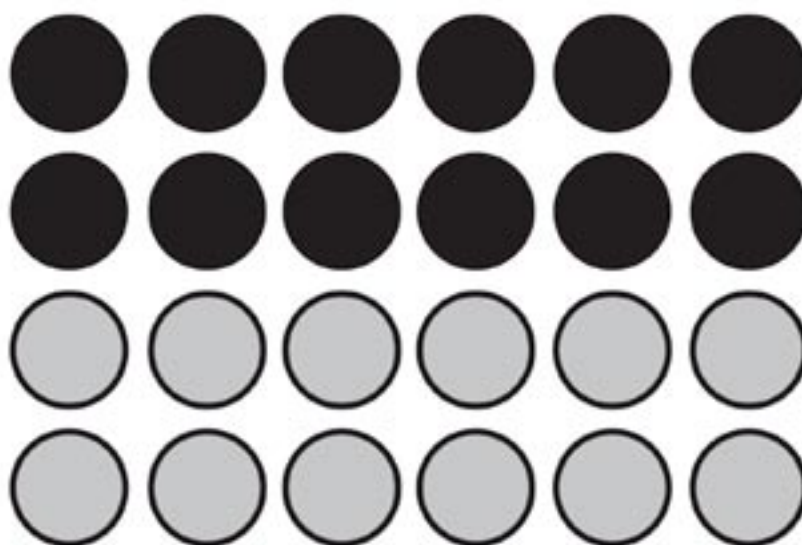
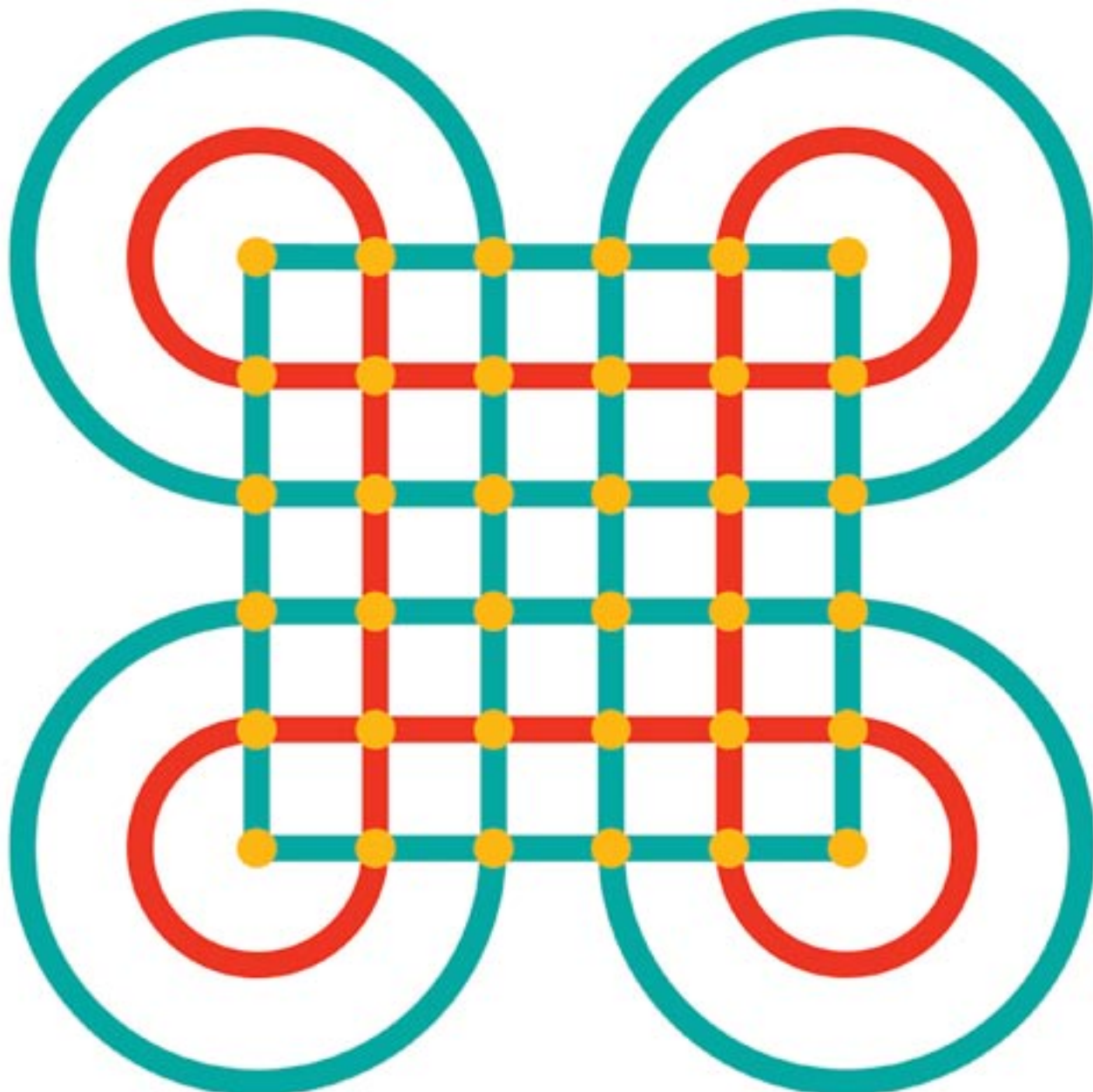
Surakarta er gamall leikur frá bænum Surakarta í Indónesíu. Notið spilaborðið og tvö sett af þeim. Spilið er ætlað tveimur. Upphaflega var notast við skeljar og steina.

### Spilareglur

Tilgangur leiksins er að veiða öll þé andstæðingsins. Leikmenn skiptast á að færa þé sín að næsta lausa skurðpunkti á ská eða eftir línunum á spilaborðinu.

Ef leikmaður ætlar að veiða andstæðing sinn ferðast hann aðeins eftir auðum línunum en verður að taka minnst eina lykkju á leið sinni. Á þennan hátt kemst hann aftan að andstæðingnum, drepur þéið og tekur pláss þess á spilaborðinu. Sá vinnur sem fyrstur er að veiða öll þé andstæðingsins.





## L- leikurinn

Spilið er fyrir tvo. Til að spila leikinn þarf spilaborð, tvö L-laga spjöld og tvö peð.

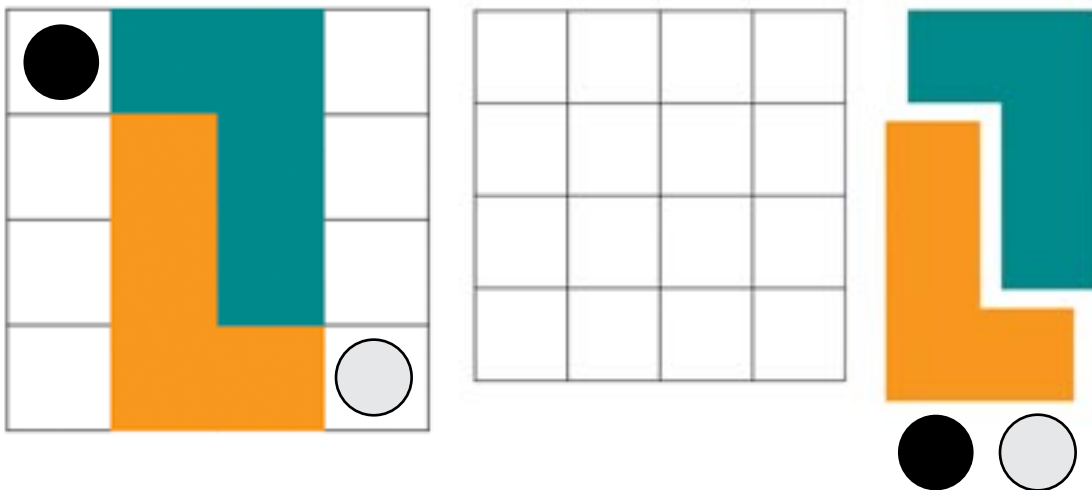
### Spilareglur

Hér má sjá upphafsstöðuna.

peð			
			peð

- Leikmenn eiga hvor sitt L-ið og skiptast á að gera.
- Þeir færa fyrst L-ið og síðan annað hvort peðið.
- Tilgangurinn er að loka andstæðinginn inni, þannig að hann geti ekki fært L-ið sitt. Sá sem lokast inni tapar.

Þegar L er fært er því lyft og því snúið, hliðrað eða speglað að vild þannig að minnst einn reitur verður að vera nýr. Setja veður L-ið á lausa reiti.



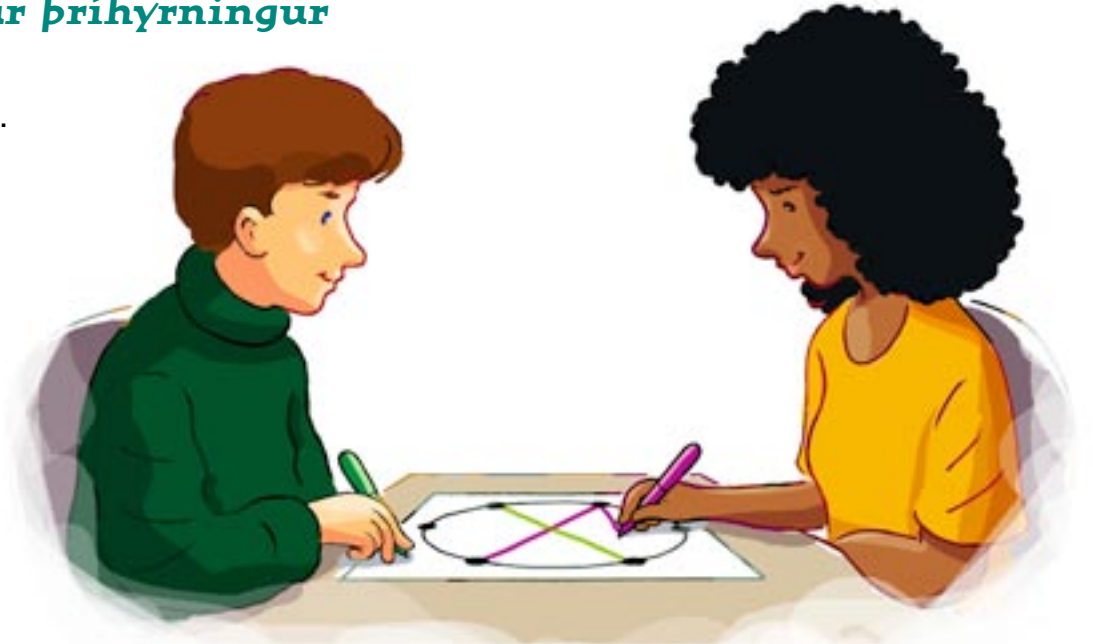
## L- leikurinn





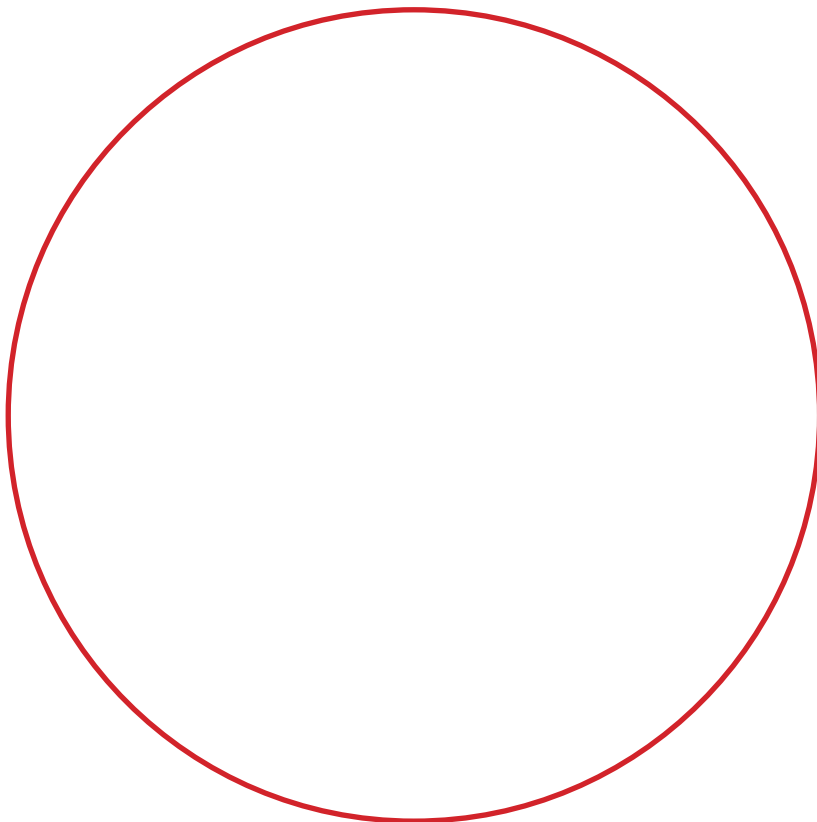

## Hættulegur þríhyrningur

Spilið er fyrir tvo.



### Spilareglur

Þið þurfið tvo mismunandi liti. Teiknið hring á blað. Merkið 6 punkta með jöfnu millibili á hringferilinn. Þið skiptist á að draga beina línu milli tveggja punkta á ferlinum. Sá tapar sem lokar þríhyrningi í sínum lit.



## Líkindareikningur

- Orri dregur eitt spil úr spilastokki. Hverjar eru líkurnar á að það sé:
  - hjarta?  $\frac{1}{4} = 25\%$
  - lauf eða ás?  $\frac{4}{13} = 30,77\%$
- Nú dregur hann tvö spil úr spilastokki. Hverjar eru líkur á að hann dragi tvo tígla, ef hann leggur fyrri spilið aftur í spilastokkinn?  $\frac{1}{16} = 6,25\%$   
En tvö mannspil?  $\frac{9}{169} = 3,55\%$
- Nú dregur hann 3 spil úr spilastokkinum, án þess að leggja spilin aftur til baka. Hverjar eru líkurnar á að þau séu öll spaðar?  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{11}{850} = 1,29\%$
- Í krukku eru 4 tíu krónu peningar og 3 hundrað krónu peningar. Orri velur af handahófi tvo peninga úr krukunni.
  - Hver eru líkindi þess að hann fái þar af tíu krónu peningum?  $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7} = 28,57\%$
  - Hver eru líkindi þess að hann fái einn tíu krónu pening og einn hundrað krónu pening?  $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7} = 28,57\%$
- Í poka eru 8 kúlur, 3 eru bláar, 3 rauðar og 2 hvítar. Orri dregur eina kúlu af handahófi úr pokanum. Hverjar eru líkurnar á því að hún sé blá?  $\frac{3}{8}$
- Hann dregur tvær kúlur úr pokanum. Hverjar eru líkurnar á því að hann dragi fyrst rauða kúlu og síðan hvíta kúlu (ef hann skilar ekki fyrri kúlunni aftur í pokann)?  
 $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{28} = 10,71\%$
- Orri skráir á spjöld bókstafina A, A, N og N. Hann leggur síðan spjöldin á hvolf. Hverjar eru líkur á því að hann fái orðið Anna úr spjöldunum þegar hann snýr þeim við?  
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = 16,67\%$
- Orri skráir á spjöld tölurnar 1, 2, 3 og 4. Hann leggur síðan spjöldin á hvolf. Hverjar eru líkur þess að velji hann tvö spjöld af handahófi, þá verði summa þeirra 5?  
 $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



## Líkindi – tilraun

1. Hverjar eru fræðilegar líkur við að kasta krónu fjórum sinnum?  
Fylltu í töfluna alla möguleika þegar krónu er kastað fjórum sinnum.

Fjöldi fiska						
Enginn	R R R R					
Einn	F R R R	R F R R	R R F R	R R R F		
Tveir	F F R R	F R R F	F R F R	R F R F	R F F R	R R F F
Þrír	F F F R	F R F F	F F R F	F F F R		
Fjórir	F F F F					

R = Risi

F = fiskur

Orri kastar krónu fjórum sinnum upp í loft.  $2^4 = 16$

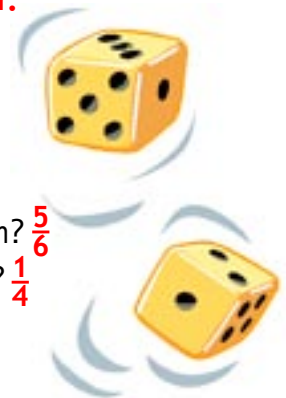
Hverjar eru líkur á að upp komi:

- a. 4 fiskar?  $\frac{1}{16}$
- b. 2 fiskar og 2 skjaldarmerki?  $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
- c. 3 fiskar og 1 skjaldarmerki?  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
- d. 3 skjaldarmerki og 1 fiskur?  $\frac{1}{4}$
- e. 4 skjaldarmerki?  $\frac{1}{16}$

2. Kastaðu krónu fjórum sinnum upp í loft og skráðu hjá þér niðurstöðurnar. Endurtaktu tilraunina 10 sinnum og skráðu hjá þér niðurstöður. Berðu þær saman við fræðilega líkanið hér að ofan. **Mismunandi svör.**

3. Tveimur teningum er kastað. Skráðu hjá þér alla möguleika á útkomum úr teningskastinu.

- a. Hverjar eru líkur á að upp komi talan 5 á báðum teningunum?  $\frac{1}{36}$
- b. Hverjar eru líkurnar á að upp komi mismunandi tölur á teningunum?  $\frac{5}{6}$
- c. Hverjar eru líkurnar á að upp komi oddatala á báðum teningunum?  $\frac{1}{4}$
- d. Hverjar eru líkurnar á að upp komi summan 7?  $\frac{1}{6}$
- e. En summan 8?  $\frac{5}{36}$



4. Þegar bíll kemur að gatnamótum þar sem ljós stýra umferð loga ljós á eftirfarandi hátt:

- Rautt ljós logar í 90 sekúndur.
- Grænt ljós logar í 70 sekúndur.
- Gult ljós logar í 5 sekúndur eftir græna ljósið og 5 sekúndur eftir rauða ljósið.

Hverjar eru líkur þess að bíll sem kemur að gatnamótunum, lendi á rauðu ljósi?

$$\frac{90}{170} = \frac{9}{17}$$

# Tíðnitöflur 1

Heppilegt er að vinna tölfræðiverkefni í töflureiknisforriti. Þannig er hægt að reikna úr tölfræðilegum upplýsingum t.d. meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi og teikna ýmis myndrit. Taflan hér að neðan sýnir niðurstöður nemenda í 9 A úr stærðfræðiprófi.

NIÐURSTÖÐUR ÚR STÆRÐFRÆÐIPRÓFI				
3	6	7	4	6
6	7	9	8	9
7	7	5	6	5
5	6	9	4	7
7	8	6	7	8

Skráðu tölurnar lóðrétt í einn dálk t.d. í Excel.  
 Raðaðu tölunum eftir stærð með því að ýta á tak  
 Nú getur þú fundið tíðasta gildið og miðgildið með  
 dálknum A. Miðgildið finnur þú með því að skoða  
 Hægt er að finna tíðasta gildi og miðgildi í Excel  
 aðgerðarlínu. Þá færð þú upp ýmsa möguleika á a  
 framkvæmt. Þú finnur í statistical aðgerðirnar MC  
 MEDIAN sem miðgildi. Með því að ljóma tölurnar  
 á aðgerð birtist finnur forritið fyrir þig gildin sem  
 Hvaða upplýsingar gefur miðgildi?  
 Hvaða upplýsingar gefur tíðasta gildi?  
 Getur tíðasta gildi aðeins verið ein tala?

3  
4  
4  
5  
5  
6  
6  
6  
6  
6  
6  
6  
7  
7  
7  
7  
7  
7  
7  
7  
8  
8  
8  
8  
9  
9  
9

7 tíðasta gildi gefur upplýsingar hvaða tala/tölur koma oftast fyrir. Stundum getur tíðasta gildi verið fleiri ein ein tala  
 7 miðgildi gefur upplýsingar um töluna sem er í miðju talnasafninu. Stundum eru tvær tölur í miðju talnasafnsins og þá þarf að finna meðaltal þeirra.

Tíðnitafla	Flokkur/Einkunn	Tíðni
3	3	1
4	4	2
5	5	3
6	6	6
7	7	7
8	8	3
9	9	3

Engin einkunn er lægri en 3, þess vegna er byrjað á þeirri tölu.

prófinu er gott

Flokkur	Tíðni
3	1
4	2
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Hve 25 nemendur taka prófið  
 Næsti dálkur heitir tíðni. Í hann skráir þú hve margir nemendur fengu einkunnina 3, 4, 5 o.s.frv.

Hvað gerist þegar þú ýtir á  $\Sigma$  takkann í auðan reit fyrir neðan tölurnar í dálkinum tíðni?  
 Hver er heildarfjöldi unglunga sem taka stærðfræðipróf í 9A?  
 Berðu niðurstöðurnar saman við fjölda talna sem birtust í upphaflegu töflunni hér að ofan.  
 Hvað kemur í ljós?

## Tíðnitöflur 2

Finndu meðaleinkunn nemanda í Hægt er að finna meðaleinkunn í með því að slá á  $f_x$  og velja falli Síðan þarftu að ljóma allar tölur



Niðurstöður úr stærðfræðiþrófi 2				
4	7	8	5	7
7	8	10	9	10
8	8	6	7	6
6	7	10	5	8
8	9	7	8	9

Meðaltal	7,48
Tíðasta gildi	8
Miðgildi	8
Hækkar allt um 1	

Tíðnitafla úr stærðfræðiþrófi 1		
Flokkur/Einkunn	Tíðni	Margfeldi
3	1	3
4	2	8
5	3	15
6	6	36
7	7	49
8	3	24
9	3	27
Fjöldi	25	162
Meðaltal		6.48

Niðurstöður úr stærðfræðiþrófi 3				
6	7	8	7	7
7	8	8	9	8
8	8	6	7	6
6	7	8	7	8
8	9	7	8	9

Meðaltal	7,48
Tíðasta gildi	8
Miðgildi	8
Hækkar allt um 1	

Meðaltal, tíðasta gildi og miðgildi það sama og úr stærðfræðiþrófi 2, enda hækka 3 nemendur og lækka 3 nemendur um sömu einkunn.

eð fjölda nemenda kunnina.

æðiþróf. Allir nemendur hækka sig um 1 heilan. Búðu til nýja töflu þar sem þú skráir nýju einkunnirnar. Reiknaðu meðaltal, tíðasta gildi og miðgildi.

Tíðnitafla úr stærðfræðiþrófi 2	
Flokkur/Einkunn	Tíðni
4	1
5	2
6	3
7	6
8	7
9	3
10	3

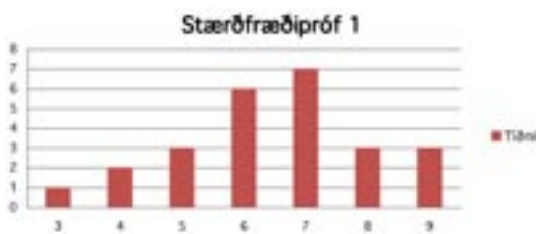
Tíðnitafla úr stærðfræðiþrófi 3	
Flokkur/Einkunn	Tíðni
3	1
6	4
7	8
8	10
9	3

talið?  
?

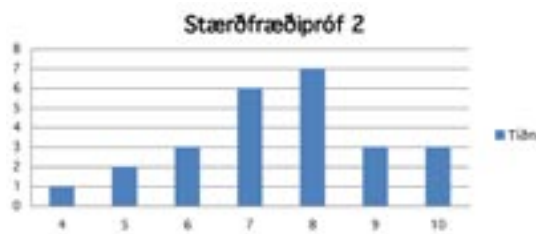
riðja prófi  
sína um 2  
heila. Reiknaðu meðaltal einkunnna úr þessu prófi.  
miðgildið.

em voru neðstir í  
voru hæstir í prófi

Berðu niðurstöðurnar saman við próf 1 og 2.



m  
öc



# Bilskiptar tíðnitöflur

Fjöldi geisladiska sem 14 ára unglingar í 9A eiga					
6	12	26	30	7	8
13	15	21	25	9	11
20	19	16	15	17	23
26	28	22	26	19	26

	A
1	6
2	12
3	26
4	30

6
7
8
9
11
12
13
15
15
16
17
19
19
20
21
22
23
25
26
26
26
26
28
30
440

Meðaltal

fjöldi geisladiska nemenda í 9A.

Tíðnitafla – fjöldi geisladiska			
Flokkur	Tíðni	Miðja	Margfeldi
6–10	4	8	32
11–15	5	13	65
16–20	5	18	90
21–25	4	23	92
26–30	6	28	168
	24		447
	18.625	18.33	
	18.33333333		

el.  
að

línu

inga

ema

eð þ

nargra

og deila

tal?

Meðaltal er ekki eins vegna þess að þessar tölur eru flokkaðar í bilskipta tíðnitöflu þá er gert ráð fyrir að tölurnar séu nálægt miðju hvers flokks fyrir sig. Tölur í flokknum 6–10 raðast kringum töluna 8, tölur í flokknum 11–15 raðast um töluna 13 o.s.fr.

nargraida saman miðju og tíðni í hverjum flokki. Finna og deila með heildarfjölda geisladiska.

an þarftu

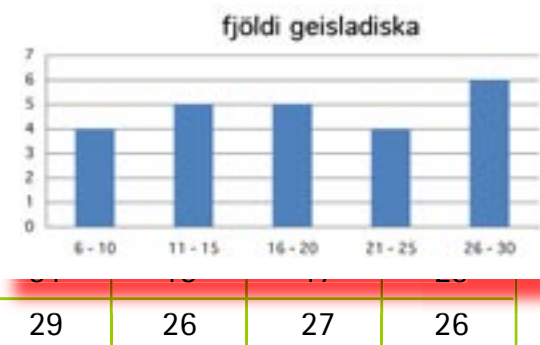
Skoðuðu gögnin í töflunni hér að neðan.

Flokkaðu þau með því að búa til bilskipta tíðnitöflu.

Finndu hæsta og lægsta gildi, meðaltal og tíðnitafla.

Settu niðurstöður frá

Fjöldi mynddiska	
6	22
13	15
20	19
26	28



# Myndrit 1

Þegar við ætlum að greina upplýsingar sem koma fram í tölfræði er heppilegt að byrja á því að búa til töflur og myndrit og reikna meðaltöl.

Forritið Excel getur á auðveldan hátt fundið þessar upplýsingar fyrir okkur. Við skulum kanna hvernig hægt er að teikna ýmis myndrit í Excel. Stöplarit henta oft til að sýna myndrænt hvernig tölur dreifast og hvernig þær raða sér um meðaltalið.



Fjöldi villna á blaðsíðu	Tíðni	Margfeldi
0	18	18
1	10	10
2	5	10
3	0	0
4	1	4



Fjöldi villna á blaðsíðu	tíðni
0	18
1	10
2	5
3	0
4	1

- Teiknaðu stöplarit af niðurstöðunum.
- Hve margar blaðsíður var heftið? **34**
- Hvað voru að meðaltali margar villur á blaðsíðu?  
**Meðaltal villna á bls. er 1.235**  
**Flestar blaðsíður eru villulausar.**  
**Finnast ekki fleiri en 4 villur á bls.**

Flokkur	Tíðni	Miðja	Margfeldi
100–299 kr.	7	199,5	1396,5
300–499 kr.	16	399,5	6392
500–699 kr.	18	599,5	10791
700–899 kr.	21	799,5	16789,5
900–1099 kr.	18	999,5	17991
1100–1299 kr.	16	1199,5	19192
1300–1499 kr.	7	1399,5	9796,5



- Hve margir viðskiptavinir versluðu **103** á þessu tímabili í versluninni? **82348,5**
- Hvað eyddu þeir að meðaltali mörgum krónum í versluninni? **Meðaltalseyðsla 799,5**
- Berðu myndritin saman og skoðuðu hvernig tölurnar dreifast í myndritunum. Hvernig lýsir þú dreifingunni í myndritunum?  
**Samhverf dreifing í seinna myndritinu, en ekki í því fyrra.**

900–1099 kr.	18
1100–1299 kr.	16
1300–1499 kr.	7

Liður	Prósent	Vatnsnotkun	Vatnsnotkun 2
Pvottur	15%	126	126
Matur og drykkur	5%	42	42
Baðvatn	35%	294	147
Uppþvottur	20%	168	168
Salerni	20%	168	168
Annað	5%	42	42
	100%	840	693

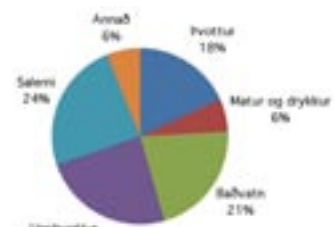
eru  
í mi  
kífu  
hlu  
ð.

Notkun á vatni



Liður	Prósent
Pvottur	15%
Matur og drykkur	5%
Baðvatn	35%
Uppþvottur	20%
Salerni	20%
Annað	5%

Notkun á vatni 2



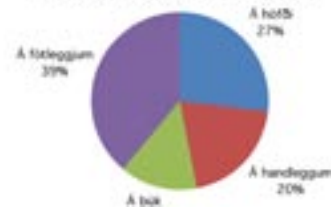
- Teiknaðu myndrit eins og hér er sýnt.
- Hve marga lítra notar 4 manna fjölskylda á dag í mat og drykk? **42 lítra**
- En í baðvatn? **294 lítra**
- Reiknaðu vatnsnotkun í lítrum og skráðu í töfluna.
- Sýndu hvernig skífuritið myndi breytast ef helmingi minna vatn væri notað í baðvatn á dag.



Meiðsl	Prósent
Á höfði	27%
Á handleggum	20%
Á bók	14%
Á fótleggjum	39%

- Tafla í bíls Teikr

Meiðsl á fólki eftir árekstur



- Ef 120 árekstrar, þar sem fólk slasast, verða á ári á Reykjavíkursvæðinu hve margir slasast þá á fótleggjum? **46,8** **47 manns**
- En á höfði? **32,4** **32 manns**